

# Appunti del corso di Affidabilità e Diagnostica dei Sistemi Elettrici

Andrea Cavallini, Gian Carlo Montanari  
DIE-Università di Bologna  
viale Risorgimento 2, 40136 Bologna  
[andrea.cavallini@mail.ing.unibo.it](mailto:andrea.cavallini@mail.ing.unibo.it)  
<http://limat.ing.unibo.it>

A.A 1999/2000

# Indice

<b>1</b>	<b>Calcolo delle probabilità</b>	<b>6</b>
1.1	Esperimento aleatorio . . . . .	6
1.2	Eventi e spazi rappresentativi . . . . .	6
1.3	Algebra degli eventi . . . . .	7
1.4	Probabilità . . . . .	9
1.5	Alcune conseguenze degli assiomi (1)-(3) . . . . .	10
1.5.1	Probabilità di $\emptyset$ . . . . .	10
1.5.2	Probabilità di $\bar{\mathcal{E}}$ . . . . .	10
1.5.3	Probabilità di $\mathcal{E} - \mathcal{F} = \mathcal{E}\bar{\mathcal{F}}$ . . . . .	10
1.5.4	Probabilità di $\mathcal{E} + \mathcal{F}$ . . . . .	11
1.6	Combinazioni di eventi equiprobabili: il campionamento . . . . .	13
1.6.1	Campionamento con reintroduzione . . . . .	17
1.6.2	Campionamento senza reintroduzione . . . . .	18
1.7	La legge dei grandi numeri . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Indipendenza e dipendenza stocastica</b>	<b>20</b>
2.1	Probabilità condizionata . . . . .	20
2.2	Indipendenza stocastica . . . . .	21
2.2.1	Chain rule . . . . .	22
2.2.2	Esempi . . . . .	22
2.3	Numero di successi in esperimenti ripetuti . . . . .	24
2.4	Approssimazioni della distribuzione binomiale . . . . .	26
2.4.1	Il teorema di deMoivre Laplace . . . . .	26
2.4.2	Il teorema di Poisson . . . . .	27
2.5	Probabilità totale . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Variabili aleatorie</b>	<b>32</b>
3.1	Il concetto di variabile aleatoria . . . . .	32
3.2	Eventi . . . . .	33
3.3	Funzioni di distribuzione . . . . .	34
3.4	Densità di probabilità . . . . .	37
3.4.1	Classificazione delle VA ed eventi delle VA continue . . . . .	37
3.4.2	Densità di probabilità . . . . .	39
3.4.3	VA discrete come caso particolare di VA continue . . . . .	39

3.4.4	VA miste . . . . .	40
3.5	Percentili . . . . .	40
3.6	Trasformazioni lineari . . . . .	41
3.7	Funzioni di uso comune . . . . .	42
3.7.1	Distribuzione normale (gaussiana) . . . . .	43
3.7.2	Distribuzione lognormale . . . . .	48
3.7.3	Distribuzione di Weibull . . . . .	50
3.7.4	Distribuzione esponenziale . . . . .	51
3.7.5	Distribuzione chi-quadro . . . . .	52
3.7.6	Legge di probabilità, di Student . . . . .	53
3.7.7	La distribuzione $F$ di Snedecor . . . . .	54
3.8	Distribuzioni condizionate . . . . .	54
3.9	Appendice 1: L'impulso di Dirac e derivata generalizzata . . . . .	57
3.9.1	Definizione . . . . .	57
3.9.2	Derivata di funzioni con discontinuità . . . . .	59
3.10	Appendice 2: Tavole della distribuzione normale . . . . .	60
3.11	Appendice 3: Tavole della distribuzione chi-quadro . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Variabili aleatorie bivariate</b>	<b>65</b>
4.1	Eventi . . . . .	65
4.2	Distribuzione e densità di probabilità . . . . .	66
4.3	Distribuzioni marginali . . . . .	66
4.4	Variabili aleatorie congiuntamente normali . . . . .	69
4.5	Indipendenza stocastica . . . . .	69
4.6	Alcune funzioni di VA doppie . . . . .	70
4.6.1	Somma di due variabili aleatorie . . . . .	70
4.6.2	Differenza di due VA . . . . .	72
4.6.3	Massimo di due VA . . . . .	73
4.6.4	Minimo di due VA . . . . .	74
4.7	Distribuzioni condizionate . . . . .	75
4.7.1	Variabili aleatorie congiuntamente normali . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Momenti di una variabile aleatoria</b>	<b>79</b>
5.1	Previsione di una variabile aleatoria . . . . .	79
5.1.1	Previsione di una sequenza di dati . . . . .	79
5.1.2	Comportamento asintotico: il valore atteso e media . . . . .	80
5.1.3	La probabilità come valore atteso . . . . .	82
5.1.4	Esistenza del valore atteso . . . . .	82
5.1.5	Linearità del valore atteso . . . . .	83
5.1.6	Altre misure di intensità . . . . .	83
5.2	Momenti del secondo ordine di VA univariate: varianza . . . . .	84
5.3	Il lemma di Tchebycheff . . . . .	86
5.4	Altre misure di dispersione . . . . .	88
5.5	Momenti di ordine superiore a 2 . . . . .	88

5.6	Momenti del secondo ordine di VA doppie: covarianza . . . . .	89
5.6.1	Trasformazioni lineari . . . . .	92
5.7	Il teorema del limite centrale . . . . .	94
5.8	Valore atteso e varianza condizionati . . . . .	96
<b>6</b>	<b>Affidabilità</b> . . . . .	<b>99</b>
6.1	Generalità sul guasto . . . . .	99
6.2	Sistemi non riparabili . . . . .	101
6.2.1	Funzioni affidabilistiche empiriche . . . . .	103
6.2.2	Il tasso di guasto istantaneo . . . . .	104
6.2.3	Parametri affidabilistici . . . . .	106
6.3	Tasso di guasto per componenti elettronici . . . . .	107
6.4	Generalità, concetto di missione . . . . .	110
6.5	Il diagramma affidabilistico . . . . .	110
6.6	Strutture semplici . . . . .	112
6.6.1	Sistemi di tipo serie . . . . .	112
6.6.2	Sistemi di tipo parallelo (ridondanza) . . . . .	112
6.6.3	Combinazione di strutture tipo serie e parallelo . . . . .	113
6.6.4	Influenza del modo di guasto dei dispositivi . . . . .	113
6.7	Strutture complesse . . . . .	116
6.7.1	Il metodo della probabilità totale . . . . .	116
6.7.2	Il metodo dello spazio degli stati . . . . .	117
<b>7</b>	<b>Disponibilità</b> . . . . .	<b>119</b>
7.1	Definizioni . . . . .	119
7.1.1	Analisi con le catene di Markov . . . . .	120
7.2	Analisi combinatoria . . . . .	121
7.2.1	Frequenza . . . . .	121
7.3	Analisi di sistemi serie/parallelo . . . . .	124
7.3.1	Sistemi con dispositivi a guasti indipendenti . . . . .	124
7.3.2	Sistemi con dispositivi a guasti dipendenti . . . . .	127
7.4	Ridondanza . . . . .	129
7.5	Analisi affidabilistica di un sistema di distribuzione radiale . . . . .	132
7.5.1	Considerazioni generali . . . . .	132
7.5.2	Criterio di guasto . . . . .	134
7.5.3	La linea di alimentazione . . . . .	136
7.5.4	Sistema radiale semplice (1) . . . . .	136
7.5.5	Impianti con due linee di alimentazione: generalità . . . . .	140
7.5.6	Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione esterna all'impianto. . . . .	142
7.5.7	Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione alla sbarra di media tensione dell'utente. . . . .	143
7.5.8	Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione al secondario del trasformatore. . . . .	146

<b>8</b>	<b>Metodi empirici</b>	<b>147</b>
8.1	Stima empirica delle leggi di probabilità . . . . .	147
8.2	Percentili . . . . .	152
8.3	Carte probabilistiche . . . . .	152
8.4	Stima empirica di momenti e percentili . . . . .	154
8.4.1	Valore atteso . . . . .	154
8.4.2	Varianza . . . . .	155
8.4.3	Covarianza e correlazione empiriche . . . . .	155
8.4.4	Momenti . . . . .	156
<b>9</b>	<b>Stime puntuali</b>	<b>157</b>
9.1	Introduzione . . . . .	157
9.2	Proprietà degli stimatori . . . . .	157
9.3	Il metodo dei momenti . . . . .	161
9.4	Principio di massima verosimiglianza, ML . . . . .	163
9.4.1	Proprietà dello stimatore ML . . . . .	164
9.4.2	Stima ML della probabilità di un evento . . . . .	165
9.4.3	Stima dei parametri di una distribuzione normale . . . . .	166
9.4.4	Stima ML del tasso di guasto . . . . .	166
9.4.5	Stima dei parametri di una distribuzione di Weibull . . . . .	168
<b>10</b>	<b>Stime per intervalli</b>	<b>170</b>
10.1	Introduzione . . . . .	170
10.2	Quantità pivotali . . . . .	170
10.2.1	Il metodo della quantità pivotale . . . . .	173
10.3	Campionamento da una distribuzione normale . . . . .	174
10.3.1	Calcolo degli intervalli di confidenza per la media . . . . .	174
10.3.2	Varianza . . . . .	176
10.3.3	Rapporto di varianze . . . . .	176
10.4	Il metodo statistico . . . . .	177
10.5	Intervallo di confidenza per la probabilità . . . . .	179
10.5.1	Calcolo mediante l'approssimazione normale . . . . .	181
10.6	Intervallo di confidenza per $\lambda$ di una distribuzione esponenziale . . . . .	182
<b>11</b>	<b>Verifica delle ipotesi</b>	<b>185</b>
11.1	Introduzione . . . . .	185
11.2	Ipotesi parametriche . . . . .	185
11.2.1	Esempio di test per la media . . . . .	188
11.2.2	Ipotesi semplici e composte . . . . .	189
11.3	Test bidirezionali . . . . .	192
11.3.1	Intervalli di confidenza . . . . .	193
11.4	Test unidirezionali . . . . .	194
11.4.1	Intervalli di confidenza . . . . .	194
11.5	Test sulla media . . . . .	195

11.5.1	Test bidirezionale . . . . .	195
11.5.2	Test unidirezionali . . . . .	197
11.6	Test sulla varianza per distribuzioni normali . . . . .	198
11.7	Test sul rapporto delle varianze per distribuzioni normali . . . . .	198
11.7.1	Test bidirezionali . . . . .	198
11.7.2	Test unidirezionali . . . . .	199
11.8	Test su due medie . . . . .	199
11.8.1	Varianze identiche . . . . .	199
11.8.2	Varianze diverse . . . . .	200
11.9	Test bilaterali . . . . .	201
11.9.1	Test bilaterale sulla probabilità . . . . .	202
11.9.2	Test bilaterale su <i>MTBF</i> . . . . .	203
11.9.3	Test sequenziali . . . . .	205
11.10	Test non parametrici . . . . .	206
11.10.1	Test di adattamendo del chi quadrato . . . . .	206

## Capitolo 7

# Disponibilità

### 7.1 Definizioni

Un sistema si definisce riparabile se dopo ogni guasto subisce operazioni di riparazione e manutenzione tali da rinnovarlo completamente. Un sistema riparabile è quindi soggetto ad operare alternativamente in due stati:  $F$  (funziona) e  $G$  (guasto). Si definiscono:

**Definizione 7.1.1 (Tempo medio fra i guasti: MTBF)** *MTBF (Mean Time Between Failures) è il tempo di esposizione medio fra due guasti. Con riferimento alla figura 7.1:*

$$MTBF = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n t_{fi}$$

**Definizione 7.1.2 (Tempo medio di riparazione: MTTR)** *MTTR (Mean Time To Repair) è il tempo medio necessario per rimuovere un guasto. Con riferimento alla figura 7.1:*

$$MTTR = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n t_{ri}$$

Si definiscono inoltre:

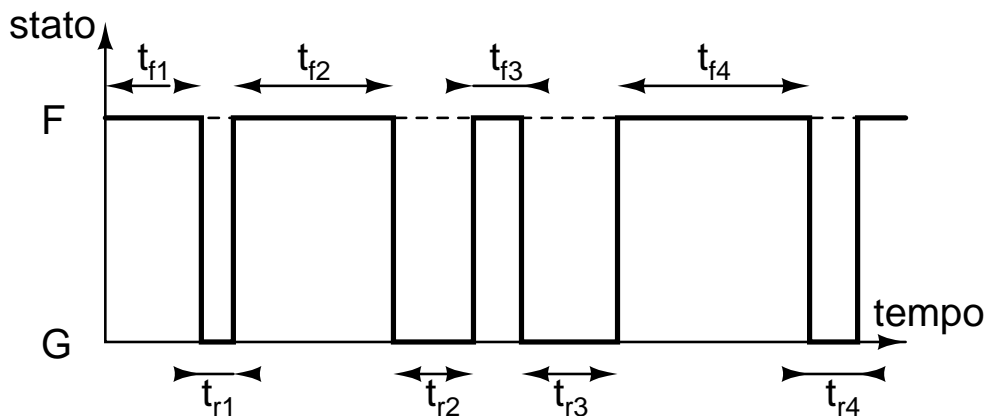


Figura 7.1: Comportamento di un sistema riparabile

**Definizione 7.1.3 (Disponibilità: A)** *A (Availability) é la probabilità di trovare nello stato F il dispositivo in un tempo molto lontano dal presente.*

**Definizione 7.1.4 (Indisponibilità: U)** *U (Unavailability) é la probabilità di trovare nello stato G il dispositivo in un tempo molto lontano dal presente.*

### 7.1.1 Analisi con le catene di Markov

Per chiarire il significato dei parametri presentati bisogna effettuare una analisi dell'evoluzione temporale della probabilità di trovare il sistema in uno dei due possibili stati a partire dall'istante presente  $t = 0$  in cui il sistema é certamente funzionante. Per fare ciò ci si servirá di uno strumento noto come catena di Markov a tempo continuo.

**Definizione 7.1.5 (Catena di Markov)** *Si definisce una catena di Markov a tempo continuo un sistema a stati finiti che, trovandosi nello stato  $i$ -esimo al tempo  $t$ , può effettuare una transizione in  $[t, t+dt]$  verso un generico stato  $j$  con una probabilità  $\pi_{ij}(t)$ . Tale probabilità dipende esclusivamente dal fatto che al tempo  $t$  il sistema si trova nello stato  $i$ -esimo ed, eventualmente, dal tempo.*

La probabilità di transizione può essere esplicitata mediante l'azzerando di transizione  $\lambda_{ij}(t)$  mediante:

$$\pi_{ij}(t) = \lambda_{ij}(t)dt \quad (7.1)$$

In particolare, dal punto di vista tecnico, ha interesse considerare sistemi a due stati. Un sistema sarà indicato mediante la lettera F, cioè "sistema funzionante", l'altro mediante G, "sistema guasto". L'azzerando di guasto, cioè di transizione da F ad S é normalmente assunto costante, tenendo conto che normalmente i dispositivi operano nel regime di vita utile. Tale azzerando é normalmente indicato mediante la lettera  $\lambda$ . In modo simile si suppone che se il sistema si guasta, la distribuzione dei tempi di riparazione segua una legge di tipo esponenziale, cioè ad azzerando costante, indicato come  $\mu$ , tasso di riparabilità. Utilizzando il teorema della probabilità totale é possibile scrivere (trascurando la probabilità di transizioni multiple in  $[t, t + dt]$ ):

$$\Pr(F \text{ in } [t, t + dt]) = (1 - \pi_{FG}) \Pr(F \text{ in } t) + \pi_{GF} \Pr(G \text{ in } t)$$

$$\Pr(G \text{ in } [t, t + dt]) = (1 - \pi_{FG}) \Pr(F \text{ in } t) + (1 - \pi_{GF}) \Pr(G \text{ in } t)$$

Utilizzando i parametri  $\lambda$  e  $\mu$  per esplicitare le probabilità  $\pi_{FG}$  e  $\pi_{GF}$  e scrivendo, per semplicitá,  $P_F(t + dt) = \Pr(F \text{ in } [t, t + dt])$  e  $P_G(t + dt) = \Pr(G \text{ in } [t, t + dt])$  si ottiene:

$$P_F(t + dt) = (1 - \lambda dt)P_F(t) + \mu dt P_G(t)$$

$$P_G(t + dt) = \lambda dt P_F(t) + (1 - \mu dt)P_G(t)$$

Quindi:

$$\frac{dP_F(t)}{dt} = -\lambda P_F(t) + \mu P_G(t)$$

$$\frac{dP_G(t)}{dt} = \lambda P_F(t) - \mu P_G(t)$$

Il sistema può essere risolto utilizzando le trasformate di Laplace, infatti:

$$sP_F(s) - P_F(0) = -\lambda P_F(s) + \mu P_G(s)$$



$$sP_G(s) - P_G(0) = \lambda P_F(s) - \mu P_G(s)$$

Invertendo il sistema, antitrasformando e ponendo  $P_F(0) = 1$  e  $P_G(0) = 0$  si ottiene:

$$P_F(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp(-(\lambda + \mu)t)$$

$$P_G(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp(-(\lambda + \mu)t)$$

Utilizzando le definizioni date in precedenza si osserva che:

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (7.2)$$

$$U = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (7.3)$$

Cioé le curve  $P_F(t)$   $P_G(t)$  tendono, asintoticamente, alla disponibilità,  $A$ , ed indisponibilità,  $U$ , del sistema, come mostrato in figura 7.2.

Inoltre, ricordando che per un processo puntuale ad azzardo costante il valore medio dei tempi fra un punto e l'altro coincide con il reciproco dell'azzardo ( $MTTF = 1/\lambda$  e  $MTTR = 1/\mu$ ), si ottiene:

$$A = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} = 1 - \frac{1}{1 + MTTR/MTBF} \quad (7.4)$$

$$U = \frac{MTTR}{MTBF + MTTR} \quad (7.5)$$

Quindi disponibilità ed indisponibilità possono essere stimate come se il ciclo fosse deterministico ed avente tempo di funzionamento e di riparazione pari ai valori medi di queste grandezze.

## 7.2 Analisi combinatoria

### 7.2.1 Frequenza

Il comportamento affidabilistico dei sistemi riparabili deve essere definito a partire da quello dei componenti che lo compongono. Per un singolo componente é stato mostrato come la probabilità di trovare il sistema funzionante evolve con il tempo fino a raggiungere, dopo un tempo sufficientemente lungo, un valore limite detto disponibilità. Per valutare il comportamento di un sistema ci si riferisce sempre alle probabilità del sistema a regime, cioè in un tempo sufficientemente distante da quello attuale. Per fare ciò si devono fornire i seguenti parametri affidabilistici per i singoli componenti: (a) MTBF ed MTTR, oppure (b),  $\lambda$  e  $\mu$ . Le espressioni fornite nella sezione precedente ((7.2)-(7.5)) permettono di passare da una coppia di parametri all'altra, quindi l'informazione fornita dalle due coppie di valori é la stessa. Da questi dati affidabilistici si derivano (equazioni (7.2)-(7.5)) la disponibilità e l'indisponibilità dei singoli componenti.

Ipotizzando l'indipendenza dei modi di guasto dei singoli componenti non é difficile derivare le probabilità di trovare il sistema funzionante o guasto nel futuro. Per un sistema di tipo serie infatti:

$$A_{sistema} = \prod A_i$$

mentre per un sistema di tipo parallelo:

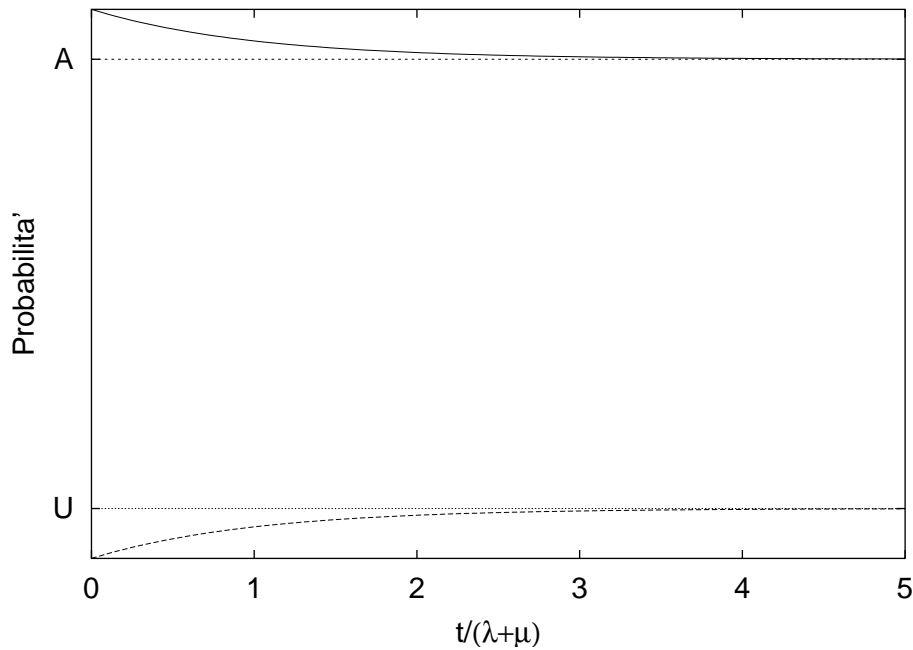


Figura 7.2: Comportamento di un sistema riparabile per MTTF=1000 ore e MTTR=100 ore.

$$U_{sistema} = \prod U_i$$

Tuttavia, i tassi di guasto del sistema ed i tempi medi di guasto del sistema, che non possono essere derivati da disponibilità e indisponibilità del sistema. Per fare questo tipo di analisi si introduce un nuovo concetto:

**Definizione 7.2.1 (Frequenza di guasto)** *La frequenza è definita, indifferentemente, come:*

- (1) *Il valore atteso di transizioni  $F \rightarrow G$  del sistema per unità di tempo;*
- (2) *Il valore atteso di transizioni  $G \rightarrow F$  del sistema per unità di tempo;*

Facendo riferimento alla definizione (1), La frequenza può essere considerata come il valore medio della VA definita come:

$$\alpha(t) = \begin{cases} \lambda & \text{se il sistema funziona al tempo } t \\ 0 & \text{se il sistema è guasto al tempo } t \end{cases}$$

dove  $\lambda$  è il tasso di guasto del sistema. Esplicitando le probabilità di trovare il sistema funzionante e guasto si ha:

$$f = \mathbf{E}[\alpha(t)] = \lambda P_F(t) + 0 P_G(t) = \lambda P_F(t) \leq \lambda \quad (7.6)$$

L'ultima relazione è una conseguenza diretta della definizione di frequenza. Infatti, la frequenza è il valore medio di guasti per unità di tempo. In questa definizione, il tempo è quello effettivo, comprendente sia i tempi di funzionamento che quelli di riparazione. Il tasso di guasto è invece il numero medio di guasti per unità di tempo di esposizione. Quest'ultimo è calcolato come il tempo effettivo di funzionamento meno i tempi di riparazione. Ad esempio, un sistema scarsamente riparabile caratterizzato con  $\lambda \approx \mu$  (cioè che

rimane guasto per un tempo comparabile a quello di funzionamento) avrà una frequenza di guasto pari, approssimativamente, alla metà del tasso di guasto.

Utilizzando la definizione (2) di frequenza é possibile affermare che la frequenza é il valore medio della VA definita come:

$$\beta(t) = \begin{cases} \mu & \text{se il sistema é guasto al tempo } t \\ 0 & \text{se il sistema funziona al tempo } t \end{cases}$$

dove  $\mu$  é il tasso di riparabilità del sistema. Dualmente a quanto visto in precedenza:

$$f = \mathbf{E}[\beta(t)] = \mu P_G(t) + 0 P_F(t) = \mu P_G(t) \leq \mu \quad (7.7)$$

Negli studi di disponibilità dei sistemi elettrici si é generalmente interessati al calcolo dei costi medi associati ai guasti. Ciò che interessa studiare é, pertanto, il comportamento asintotico. Quindi le equazioni (7.6)-(7.7) possono essere riscritte utilizzando le probabilità a  $t = \infty$ , cioè le disponibilità ed indisponibilità dei dispositivi studiati:

$$f = \lambda A \quad (7.8)$$

$$f = \mu U \quad (7.9)$$

Si noti che utilizzando  $\lambda = 1/MTTF$  e  $\mu = 1/MTTR$  si ottiene:

$$MTTF = A/f \quad (7.10)$$

$$MTTR = U/f \quad (7.11)$$

Queste due espressioni saranno particolarmente utili per l'analisi combinatoria. Infatti, per i sistemi riparabili é abbastanza semplice ricavare disponibilità, indisponibilità e frequenze di guasto. I tempi medi fra i guasti e di riparazione si possono ricavare indirettamente da (7.10) e (7.11).

Esplicitando (7.8) ed (7.9) mediante i tassi di guasto e riparabilità si ottiene:

$$f = \frac{\lambda\mu}{\lambda + \mu} = \frac{1}{1/\mu + 1/\lambda} \quad (7.12)$$

dove l'ultima uguaglianza consente di esprimere la frequenza in funzione di MTTR ed MTTF:

$$f = \frac{1}{MTTR + MTTF} = \frac{1}{MTBF} \quad (7.13)$$

Quest'ultima relazione permette di definire la frequenza in modo alternativo ai precedenti come il reciproco della durata media di un ciclo ossia come la media armonica delle frequenze di guasto (si ricorda che la media armonica di  $f_1 \dots f_n$  é  $n/(1/f_1 + \dots 1/f_n)$ , cioè:  $1/(1/n \sum_i 1/f_i)$ ). Le relazioni  $\lambda = 1/MTBF$  e  $\mu = 1/MTTR$  inserite in (7.13) consentono di giustificare le le disuguaglianze in (7.6) e (7.7), almeno per quanto concerne il comportamento asintotico del sistema. Si noti infine che (7.4) fornisce:

$$A = \frac{1}{1 + MTTR/MTTF}$$

Se il sistema é ben progettato, allora  $MTTR \ll MTTF$  e  $A \approx 1$ . Quindi, per un sistema altamente riparabile,  $\lambda \approx f$ .

## 7.3 Analisi di sistemi serie/parallelo

### 7.3.1 Sistemi con dispositivi a guasti indipendenti

I sistemi di tipo serie e di tipo parallelo (a ridondanza totale) sono quelli piú semplici da analizzare. Nonostante ciò, tali sistemi sono anche quelli di maggiore interesse. Infatti, l'analisi di sistemi piú complessi può essere frequentemente ricondotta all'analisi di sistemi costituiti sistemi serie o parallelo mediante il metodo dello spazio degli stati.

Si comincerá con l'analizzare semplici sistemi composti di due soli dispositivi. Si assumerá, inizialmente, che i guasti dei vari componenti siano indipendenti. Questa ipotesi semplificativa non é sempre giustificata in realtá. Si pensi, ad esempio, al comportamento affidabilistico di due linee elettriche, non troppo distanti fra loro, poste in una zona soggetta a rischio sismico. Un terremoto di intensitá sufficiente può mettere fuori servizio, contemporaneamente, entrambe le linee. Per i guasti legati ai terremoti non é pertanto possibile assumere che le due linee siano fra loro indipendenti. In seguito, sará mostrato come sistemi caratterizzati da guasti fra loro non indipendenti possano essere trattati mediante le tecniche legate alle catene di Markov.

Per sistemi di due soli dispositivi, indipendentemente dalla natura della natura del sistema (serie o parallelo), é possibile determinare quattro stati in cui il sistema si può trovare. Indicati con  $D_1$  e  $D_2$  gli eventi che i dispositivi 1 e 2 del sistema funzionino,  $\bar{D}_1$  e  $\bar{D}_2$  gli eventi che i dispositivi 1 e 2 non funzionino, lo stato del sistema può essere caratterizzato mediante i quattro stati:

$$S_i = i - \text{esimo stato del sistema} = \begin{cases} S_0 = D_1 D_2 \\ S_1 = \bar{D}_1 D_2 \\ S_2 = D_1 \bar{D}_2 \\ S_3 = \bar{D}_1 \bar{D}_2 \end{cases}$$

Noti i tassi di guasto  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  ed i tassi di riparabilitá  $\mu_1$  e  $\mu_2$  dei dispositivi, é possibile ricavare le e disponibilitá  $A_1$  ed  $A_2$  e le indisponibilitá  $U_1$  ed  $U_2$  dei dispositivi nel sistema:

$$A_i = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}, \quad i = 1, 2$$

$$U_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i}, \quad i = 1, 2$$

Sotto l'ipotesi che il comportamento di un dispositivo non dipenda da quello dell'altro, le probabilitá di trovare il sistema nei vari stati sono:

$$\Pr(S_i) = P_i = \begin{cases} P_0 = \Pr(S_0) = A_1 A_2 \\ P_1 = \Pr(S_1) = U_1 A_2 \\ P_2 = \Pr(S_2) = A_1 U_2 \\ P_3 = \Pr(S_3) = U_1 U_2 \end{cases}$$

Trascurando la probabilitá di guasti e riparazioni simultanee, il diagramma delle transizioni possibili del sistema é quello illustrato nella figura 7.3. La differenza fra il sistema serie e parallelo risiede nell'insieme degli stati per cui il sistema non funziona: per il sistema serie é  $\{S_1, S_2, S_3\}$ , per il sistema parallelo é  $\{S_3\}$ .

### Sistemi serie

Come primo caso si calcolerá la frequenza di guasto di un sistema **serie**. Utilizzando la definizione (1) di frequenza, la frequenza di guasto sará data dal prodotto fra la probabilitá di trovare il sistema funzionante e l'azzardo di guasto. La probabilitá di trovare il sistema funzionante é la probabilitá che si verifichino simultaneamente gli eventi: (a) il dispositivo 1 funziona in  $t$  e (b) il dispositivo 2 funziona in  $t$ . Per quanto concerne l'azzardo, il guasto può avvenire in seguito alle transizioni da  $S_0$  verso  $S_1$ , ma anche per effetto

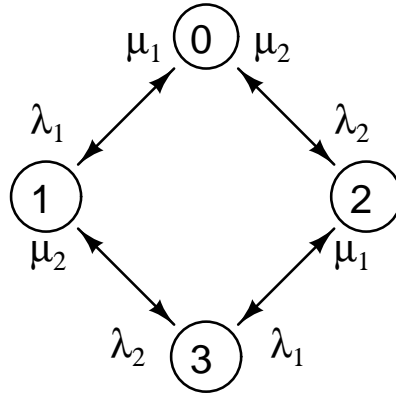


Figura 7.3: Stati possibili di un sistema a 2 elementi (serie o parallelo) e possibili transizioni fra essi escludendo la possibilità che si verifichino guasti simultanei.

delle transizioni da  $S_0$  verso  $S_2$ . L'azzardo di guasto è quindi la densità di probabilità condizionata di un evento costituito dall'unione di due eventi indipendenti: (a) transizione  $0 \rightarrow 1$  in  $[t, t + dt]$  se il sistema funziona in  $t$ , (b) transizione  $0 \rightarrow 2$  in  $[t, t + dt]$  se il sistema funziona in  $t$ . L'azzardo totale di guasto è dato, quindi, dalla somma

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (7.14)$$

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (7.15)$$

Quindi:

$$A = A_1 A_2 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} = \frac{\mu_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad (7.16)$$

$$f = \lambda A = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \mu_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad (7.17)$$

Sfruttando l'identità (7.11) è possibile calcolare il tempo medio di guasto di un sistema serie di due elementi:

$$MTTR = \frac{U}{f} = \frac{1 - A}{f} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \mu_1 + \lambda_2 \mu_2}{\mu_1 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (7.18)$$

Se ogni dispositivo è altamente riparabile (cioè  $\mu_i \gg \lambda_i$ , allora valgono le seguenti approssimazioni:

$$f \approx \lambda_1 + \lambda_2 \quad (7.19)$$

$$U = \frac{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) - \mu_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \approx \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2} \quad (7.20)$$

Da quest'ultima relazione, poiché  $\mu = 1/MTTR$ , si ottiene:

$$U \approx \lambda_1 MTTR_1 + \lambda_2 MTTR_2 \quad (7.21)$$

$$MTTR \approx \frac{\lambda_1 MTTR_1 + \lambda_2 MTTR_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (7.22)$$

Si noti che, sotto l'ipotesi di alta riparabilità, (7.21) consente di calcolare la indisponibilità del sistema come la somma delle ore di guasto medie per ogni dispositivo in un anno ( $MTTR_i$  in ore,  $\lambda_i$  in guasti/anno). Per calcoli approssimati basta quindi considerare i tempi di guasto come se fossero additivi. In generale tale approssimazione è ragionevole se, per ogni dispositivo, è  $\lambda_i MTTR_i < 0.01$ . Ciò significa che, se un dispositivo opera in modo continuo ogni giorno dell'anno, il tempo medio di riparazione per anno deve essere inferiore ai 3.65 giorni.

Per sistemi costituiti da  $n$  dispositivi è facile generalizzare le espressioni precedenti:

$$A = \prod_i A_i = \prod_i \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \mu_i} \quad (7.23)$$

$$\lambda = \sum_i \lambda_i \quad (7.24)$$

e derivare frequenza ed MTTR mediante  $f = \lambda A$  e  $MTTF = (1 - A)/f$ . Ovviamente, esplicitare queste ultime grandezze in funzione dei tassi di guasto e di riparabilità dei dispositivi può risultare non agevole. Valendo l'ipotesi di alta riparabilità di singoli componenti si arriva alle espressioni approssimate:

$$f \approx \sum_i \lambda_i \quad (7.25)$$

$$U \approx \sum_i \lambda_i MTTR_i \quad (7.26)$$

$$MTTR \approx \frac{\sum_i \lambda_i MTTR_i}{\sum_i \lambda_i} \quad (7.27)$$

Per il sistema parallelo le considerazioni fatte in precedenza possono essere applicate in modo duale. In particolare, la probabilità che il sistema sia guasto, cioè che si trovi nello stato  $S_3$ , è pari al prodotto delle indisponibilità dei dispositivi costituenti il parallelo (quindi minore dell'indisponibilità del dispositivo che presenta il valore di indisponibilità più basso):

$$U = U_1 U_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad (7.28)$$

Per il dispositivo parallelo la frequenza di guasto è più facilmente calcolabile ricorrendo alla definizione (2):

$$f = (\mu_1 + \mu_2)U = \frac{(\mu_1 + \mu_2)(\lambda_1 \lambda_2)}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)} \quad (7.29)$$

Il tempo medio di guasto, MTTR, è:

$$MTTR = \frac{U}{f} = \frac{1}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{MTTR_1 MTTR_2}{MTTR_1 + MTTR_2} = \frac{1}{1/MTTR_1 + 1/MTTR_2} \quad (7.30)$$

Per sistemi ad alta riparabilità è:

$$(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \approx \mu_1 \mu_2$$

quindi

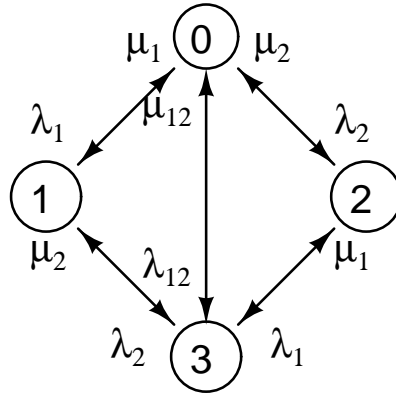


Figura 7.4: Stati possibili di un sistema a 2 elementi parallelo e possibili transizioni. Il sistema ammette la possibilità che si verifichino guasti simultanei.

$$U \approx \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\mu_1 \mu_2} = (\lambda_1 MTTR_1)(\lambda_2 MTTR_2) \quad (7.31)$$

$$f \approx (\lambda_1 \lambda_2) \left( \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) = (\lambda_1 \lambda_2) (MTTR_1 + MTTR_2)$$

mentre l' $MTTR$  conserva l'espressione (7.30).

Per sistemi composti da più di due dispositivi, come nel caso precedente, è possibile ricavare:

$$U = \prod_i U_i \quad (7.32)$$

$$\mu = \sum_i \mu_i \quad (7.33)$$

$$\frac{1}{MTTR} = \sum_i \frac{1}{MTTR_i} \quad (7.34)$$

e generalizzare le espressioni approssimate come:

$$U \approx \prod_i \lambda_i MTTR_i \quad (7.35)$$

$$f \approx \prod_i \lambda_i \sum_j MTTR_j \quad (7.36)$$

$$\frac{1}{MTTR} = \sum_i \frac{1}{MTTR_i} \quad (7.37)$$

### 7.3.2 Sistemi con dispositivi a guasti dipendenti

I sistemi a guasti dipendenti possono essere trattati mediante le metodologie sviluppate per le catene di Markov. Si consideri, come esempio, il sistema parallelo a due dispositivi con guasti dipendenti. Questo sistema può rappresentare, come detto in precedenza, una coppia di linee elettriche connesse in parallelo e poste in una regione ad alto rischio sismico.

Per il sistema in oggetto l'estensione delle tecniche presentate in precedenza é immediata. Infatti, si consideri il diagramma degli stati del sistema mostrato in figura 7.4. Supponendo nota l'indisponibilitá del sistema, la frequenza dei guasti é calcolabile immediatamente come:

$$f = (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})U$$

Per calcolare il tempo medio di guasto si deve, al solito, calcolare il rapporto  $MTTR = U/f$ . Il problema é costituito dalla determinazione del parametro  $U$ , che deve essere fatta ricorrendo alle catene di Markov. Per fare ció si deve scrivere, come nel caso di un singolo dispositivo, un insieme di equazioni differenziali che descrivano l'evoluzione delle probabilitá dei singoli stati:

$$\begin{aligned} P_0(t + dt) &= (1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12})dt)P_0(t) + (\mu_1 dt)P_1(t) + (\mu_2 dt)P_2(t) + (\mu_{12} dt)P_3(t) \\ P_1(t + dt) &= (\lambda_1 dt)P_0 + (1 - (\mu_1 + \lambda_2)dt)P_1 + (0)P_2 + (\mu_2 dt)P_3 \\ P_2(t + dt) &= (\lambda_2 dt)P_0 + (0)P_1 + (1 - (\mu_2 + \lambda_1)dt)P_2 + (\mu_1 dt)P_3 \\ P_3(t + dt) &= (\lambda_{12} dt)P_0 + (\lambda_2 dt)P_1 + (\lambda_1 dt)P_2 + (1 - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12})dt)P_3 \end{aligned}$$

Il sistema puó essere scritto come:

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{P}(t)$$

essendo  $\mathbf{A}$  la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}) & \mu_1 & \mu_2 & \mu_{12} \\ \lambda_1 & -(\mu_1 + \lambda_2) & 0 & \mu_2 \\ \lambda_2 & 0 & -(\mu_2 + \lambda_1) & \mu_1 \\ \lambda_{12} & \lambda_2 & \lambda_1 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_{12}) \end{pmatrix}$$

e  $\mathbf{P}(t)$  il vettore:

$$\mathbf{P}(t) = \begin{pmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{pmatrix}$$

Le probabilitá a regime possono essere calcolate imponendo:

$$\mathbf{A}\mathbf{P}(\infty) = \mathbf{0} \quad (7.38)$$

Tuttavia, poiché il rango di  $\mathbf{A}$  é pari a 3 (l'ultima riga si ottiene cambiando il segno alla somma delle prime tre righe), l'equazione (7.38) non fornisce un unico valore per le 3 probabilitá, ma infiniti valori. Per eliminare questo problema la soluzione é necessario imporre il vincolo:

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1 \quad (7.39)$$

Questo vincolo puó essere incorporato direttamente nella matrice  $\mathbf{A}$ , riscrivendola come:

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{12}) & \mu_1 & \mu_2 & \mu_{12} \\ \lambda_1 & -(\mu_1 + \lambda_2) & 0 & \mu_2 \\ \lambda_2 & 0 & -(\mu_2 + \lambda_1) & \mu_1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e risolvendo il sistema:

$$\mathbf{A}^*\mathbf{P}(\infty) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



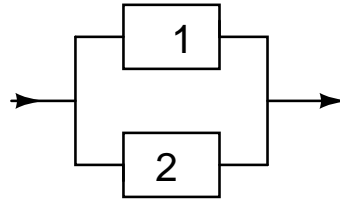


Figura 7.5: Diagramma affidabilistico di un sistema ridondante.

## 7.4 Ridondanza

La ridondanza é il metodo piú rapido per aumentare l'affidabilitá di un sistema. La ridondanza consiste nel moltiplicare il numero di elementi critici in un impianto. Il caso piú semplice ma anche di maggior interesse pratico é quello della ridondanza doppia, ottenuta ponendo in parallelo (affidabilistico) ad un dispositivo  $D_1$  un secondo dispositivo  $D_2$ , come illustrato, schematicamente in figura 7.5. Il secondo dispositivo deve essere in grado di espletare completamente la funzione richiesta.

La ridondanza puó essere: (a) attiva, il primo ed il secondo elemento espletano entrambi una parte della funzione richiesta (esempio: due generatori di 25 MVA alimentano un carico di 20 MVA, ognuno alimenta il 50% del carico), (b) fredda o in standby, il dispositivo ridondante non é immediatamente disponibile per espletare il servizio (esempio: il secondo generatore é fermo), (c) tiepida, il dispositivo ridondante espleta una parte del compito o é disponibile per prendere servizio immediatamente (esempio: il secondo generatore é energizzato ed in rotazione, puó alimentare una parte del carico).

In questa sezione si studierá il comportamento di un sistema con doppia ridondanza ipotizzando che in caso di guasto i dispositivi preposti alla diagnostica del guasto ed alla attivazione del dispositivo ridondante siano perfetti. Si ipotizzerá, inoltre, che i due dispositivi siano identici, cioé caratterizzati dalla medesima distribuzione dei tempi di guasto e di riparazione. In particolare, sia:

$$F_1(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$

la distribuzione dei tempi al guasto del dispositivo primario,

$$F_2(t) = 1 - \exp(-\lambda_R t)$$

la distribuzione dei tempi al guasto del dispositivo ridondante. Il parametro  $\lambda_R$  é compreso in  $[0, \lambda]$ . In particolare,  $\lambda_R = \lambda$  per i sistemi a ridondanza calda, in cui entrambi i dispositivi sono sollecitati in maniera identica. Per la ridondanza tiepida  $\lambda_R < \lambda$ . Il limite  $\lambda_R = 0$  si raggiunge per la ridondanza fredda, ipotizzando che quando il dispositivo ridondante é in standby non sia soggetto a guasti. Infine,

$$F_R(t) = 1 - \exp(-\mu t)$$

é la distribuzione dei tempi di riparazione e

$$F_B = 1 - \exp(-\lambda_B t)$$

la distribuzione dei tempi al guasto del dispositivo rimasto attivo quando quello rimanente é rotto (fase di backup).

Per il sistema ridondante é possibile effettuare sia una analisi di disponibilitá che di affidabilitá. Per fare ció é necessario servirsi delle catene di Markov. Il sistema a stati finiti che rappresenta la ridondanza é caratterizzato da tre stati:

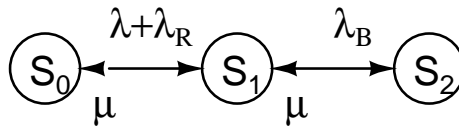


Figura 7.6: Diagramma di transizione per il sistema a ridondanza doppia impiegato per il calcolo della disponibilità

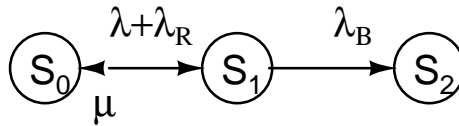


Figura 7.7: Diagramma di transizione per il sistema a ridondanza doppia impiegato per il calcolo della affidabilità

$$S = \begin{cases} S_0 & \text{entrambi i dispositivi sono sani} \\ S_1 & \text{uno dei due dispositivi e' guasto} \\ S_2 & \text{entrambi i dispositivi sono guasti} \end{cases}$$

Lo schema utilizzato per l'analisi di disponibilità è quello di figura 7.6. Si noti che non è stata ipotizzata alcuna transizione  $S_0 \rightarrow S_2$  o  $S_2 \rightarrow S_0$ . Infatti, si ipotizza che non possano verificarsi guasti simultanei e che una sola squadra di riparazione sia disponibile, in grado di riparare un solo dispositivo alla volta. Le equazioni che descrivono l'evoluzione delle probabilità di transizione sono:

$$P_0(t + dt) = (1 - (\lambda + \lambda_R)dt)P_0(t) + \mu dt P_1(t) + 0P_2(t)$$

$$P_1(t + dt) = (\lambda + \lambda_R)dt P_0(t) + (1 - (\lambda_B + \mu)dt)P_1(t) + \mu dt P_2(t)$$

$$P_2(t + dt) = 0P_0(t) + \lambda_B dt P_1(t) + (1 - \mu dt)P_2(t)$$

Nel caso particolare in cui  $\lambda = \lambda_B$ , allora la disponibilità del sistema è data da:

$$A = P_0(\infty) + P_1(\infty) = \frac{\mu(\lambda + \lambda_r + \mu)}{(\lambda + \lambda_R)(\lambda + \mu) + \mu^2} \quad (7.40)$$

La frequenza dei guasti può essere ricavata per via indiretta da:

$$f = \mu U$$

Per questo tipo di sistemi ha spesso interesse condurre una analisi di affidabilità. Infatti, spesso la ridondanza viene utilizzata per massimizzare la probabilità di riuscita di una missione, indipendentemente dal fatto che poi il sistema possa essere o meno riparato. Si pensi, ad esempio, ai circuiti elettrici di un aereo. Se sia il circuito primario che quello secondario si rompono le probabilità che poi possano essere entrambi riparate sono decisamente scarse.

Per l'analisi di affidabilità è necessario ipotizzare che  $S_2$  sia uno "stato assorbente", entrato nel quale il sistema non può più uscire. Il diagramma di transizione che si ottiene per questo tipo di analisi è quello di figura 7.7, per il quale una volta raggiunto lo stato  $S_2$  le transizioni verso  $S_0$  ed  $S_1$  hanno entrambe probabilità nulla. Per questo sistema è:

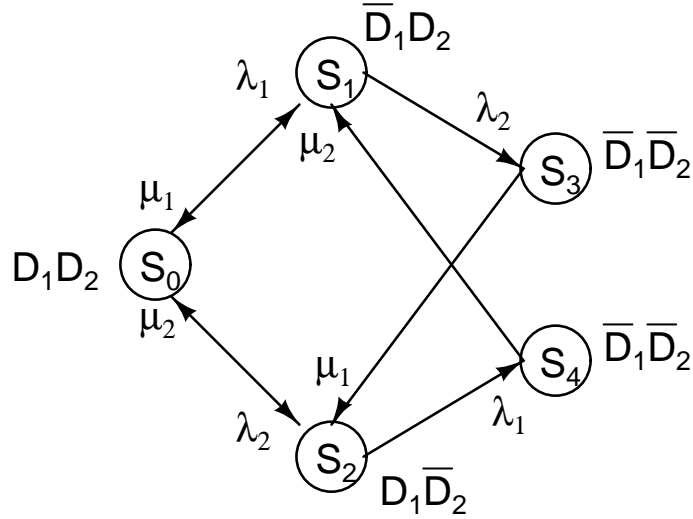


Figura 7.8: Diagramma di transizione di un sistema ridondante a 2 elementi caratterizzati da diversi tassi di guasto e di riparabilità.

$$R(t) = P_0(t) + P_1(t) \quad (7.41)$$

Per il diagramma di transizione mostrato la matrice del sistema di equazioni differenziali che descrive l'evoluzione delle probabilità di incontrare il sistema nei vari stati é:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(\lambda + \lambda_r) & \mu & 0 \\ (\lambda + \lambda_r) & -(\lambda_B + \mu) & 0 \\ 0 & \lambda_B & 0 \end{pmatrix}$$

Si può dimostrare che

$$MTTF = \frac{2\lambda + \lambda_R + \mu}{\lambda(\lambda + \lambda_R)} \quad (7.42)$$

Inoltre, sotto l'ipotesi di alta riparabilità ( $\mu \gg \lambda$ ), allora il sistema a ridondanza calda si comporta approssimativamente come un singolo elemento caratterizzato dall'azzardo di guasto:

$$\lambda_S \approx \frac{2\lambda^2}{3\lambda^2 + \mu} \quad (7.43)$$

Per i sistemi caratterizzati da diverse distribuzioni dei tempi di guasto e di riparazione si deve ricorrere al diagramma di transizione di figura 7.8

Si dimostra che, per quanto concerne le analisi affidabilistiche:

$$MTTF = \frac{(\lambda_1 + \mu_2)(\lambda_2 + \mu_1) + \lambda_1(\lambda_1 + \mu_2) + \lambda_2(\lambda_2 + \mu_1)}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)} \approx \frac{\mu_1\mu_2}{\lambda_1\lambda_2(\mu_1 + \mu_2)} \quad (7.44)$$

dove la relazione approssimata vale sotto l'ipotesi di alta riparabilità dei due componenti ( $\lambda_1 \ll \mu_1$  e  $\lambda_2 \ll \mu_2$ ). Per quanto concerne la funzione di affidabilità, é possibile approssimare il comportamento del sistema con uno di un singolo dispositivo avente tasso di azzardo costante pari a:

$$\lambda_S = \lambda_1\lambda_2(1/\mu_1 + 1/\mu_2) \quad (7.45)$$

La disponibilità del sistema é:

$$A = \frac{\mu_1 \mu_2 (\mu_1 \mu_2 + (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2))}{\mu_1^2 \mu_2^2 + \mu_1 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2) + \lambda_1 \lambda_2 (\mu_1^2 + \mu_2^2 + (\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2))} \quad (7.46)$$

che può essere approssimata, in condizioni di alta riparabilità, come:

$$A = 1 - \frac{\lambda_1}{\mu_1} \frac{\lambda_2}{\mu_2} \left( \frac{\mu_1}{\mu_2} + \frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \quad (7.47)$$

## 7.5 Analisi affidabilistica di un sistema di distribuzione radiale

In questa sezione si presenta l'analisi affidabilistica di alcune topologie tipiche per sistemi di distribuzione in bassa tensione con alimentazione in media tensione. Le topologie sono:

1. Sistema radiale semplice.
2. Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione esterna all'impianto.
3. Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione alla sbarra di media tensione dell'impianto utente. al primario del trasformatore.
4. Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione al secondario del trasformatore.

### 7.5.1 Considerazioni generali

Quando si intende studiare il comportamento affidabilistico di un sistema elettrico é necessario specificare quale é la missione del sistema, ad esempio quali sono i carichi la cui indisponibilità comporta gravi danni economici. E' inoltre necessario specificare quale é la durata minima di una interruzione che viene classificata come un guasto del sistema. Per carichi di elettrotermia a forte inerzia termica qualche ciclo o qualche secondo di mancata fornitura dell'energia non pregiudica, in genere, la funzionalità dell'impianto. Negli impianti tessili, al contrario, microinterruzioni aventi la durata di qualche frazione del periodo della fondamentale possono comportare danni per qualche miliardo. E' quindi necessario specificare il periodo critico  $T_C$ , oltre il quale la mancata fornitura dell'energia é avvertita come un effettivo guasto per il sistema.

Definita la missione del sistema ed il periodo critico é necessario specificare gli insiemi di taglio del sistema, cioè quegli insiemi di componenti il cui guasto rende il sistema incapace di compiere la missione. Questo tipo di analisi viene indicata mediante l'acronimo FMEA, dall'inglese *Failure Mode and Effect Analysis*. La FMEA permette di identificare gli insiemi di taglio del sistema ed evidenzia i punti deboli del sistema. Si ricorda che, essendo vari i modi di guasto di un sistema fra cui, ad esempio:

- parziale o completa chiusura dell'impianto,
- comportamento inadeguato,
- intervento dei dispositivi di protezione,
- intervento dei dispositivi di emergenza,

una analisi FMEA dovrebbe essere condotta per ciascuno di questi guasti.

Per determinare gli insiemi di taglio si utilizza una procedura "a piramide". Infatti, si comincia identificando i tagli di ordine 1, cioè contenenti un singolo dispositivo. Poi si procede con quelli di ordine 2, 3, ecc.. Poiché la rottura di un insieme di taglio coincide con la rottura simultanea di tutti i dispositivi nel taglio, la rottura dei tagli di ordine elevato é generalmente un evento a probabilità così bassa da potere essere considerato, ai fini pratici, impossibile. Nello studio dei sistemi di distribuzione industriale la FMEA viene interrotta, generalmente, ai tagli di ordine 2.

Da un punto di vista dei guasti é spesso opportuno separare i dispositivi di manovra e protezione (interruttori, sezionatori, relé, ecc.) da quelli di trasmissione dell'energia (cavi, trasformatori, sbarre).

**Dispositivi di trasmissione**

I dispositivi di trasmissione possono essere soggetti a guasti permanenti e a guasti transitori. I guasti permanenti sono quelli che comportano l'arresto della macchina e la sua riparazione. I guasti transitori sono quelli in cui la macchina non é danneggiata e può essere rimessa in servizio mediante opportune operazioni di commutazione. L'incidenza di questi due tipi di guasto può essere modellata mediante due distinti tassi di guasto,  $\lambda_P$  e  $\lambda_T$ . Se il sistema costituisce un'insieme di taglio di ordine 1 e  $T_{\text{comm}}$  é il tempo necessario per compiere le operazioni di commutazione necessarie per ripristinare la continuità in seguito a guasti transitori, allora, per i guasti permanenti i parametri affidabilistici del taglio sono:

$$f_T \approx \lambda_P \quad (7.48)$$

$$MTTR_T = MTTR \quad (7.49)$$

per quelli transitori:

$$f_T \approx \lambda_T \quad (7.50)$$

$$MTTR_T = T_{\text{comm}} \quad (7.51)$$

Per minimizzare l'impatto e la durata media dei guasti, i dispositivi di trasmissione sono realizzati frequentemente in ridondanza fredda. Ad esempio é possibile avere un trasformatore in standby connesso in parallelo a quello primario. Supponendo che i due dispositivi siano in ridondanza calda e completa (ciascuno dei due dispositivi può sopportare l'intero carico) é possibile calcolare l'indisponibilità, la frequenza ed il tempo medio di guasto di un taglio di ordine 2 mediante le espressioni

$$U_T \approx \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\mu_1 \mu_2}$$

$$f_T \approx (MTTR_1 + MTTR_2) \lambda_1 \lambda_2$$

$$MTTR_T = \frac{MTTR_1 MTTR_2}{MTTR_1 + MTTR_2}$$

dove le prime due espressioni valgono se, per ogni dispositivo l'indisponibilità é:

$$\lambda MTTR < 0.01$$

cioé se l'indisponibilità é inferiore all'1%. In pratica, il dispositivo primario é in una configurazione di ridondanza fredda con un dispositivo di emergenza. Il tempo necessario per sezionare il dispositivo primario ed attivare quello di emergenza sia  $T_{\text{comm}}$ . Per due dispositivi in un taglio si hanno le seguenti espressioni approssimate per i guasti permanenti:

$$f_T \approx (MTTR_1 + MTTR_2) \lambda_{P1} \lambda_{P2} \quad (7.52)$$

$$MTTR_T \approx \min\left(\frac{MTTR_1 MTTR_2}{MTTR_1 + MTTR_2}, T_{\text{comm}}\right) \quad (7.53)$$

e per i guasti transitori, trascurando la probabilità di guasti transitori simultanei:

$$f_T \approx \lambda_{T2} (\lambda_{T1} MTTR_1) \quad (7.54)$$

$$MTTR_T = T_{\text{comm}} \quad (7.55)$$

Si presentano inoltre due condizioni distinte in base al tempo critico  $T_C$ : (1)  $t < T_C$ , condizione per cui un guasto sul dispositivo primario non é avvertito come un guasto dal carico, (2)  $t > T_C$ , il guasto del dispositivo primario comporta una mancata fornitura di energia al carico per un tempo tale da comportare un effettivo malfuoramento del carico. Le equazioni per il caso (1) ed il caso (2) sono quelle presentate in precedenza. Tuttavia, nel caso (1) é possibile porre  $t = 0$  per il calcolo dei tempi medi di guasto.

### Dispositivi di manovra

Questo tipo di dispositivi, oltre la funzione di trasmissione dell'energia, devono realizzare anche funzioni di commutazione in risposta a richieste inoltrate dai sistemi di controllo e di protezione.

Durante la normale conduzione dell'energia possono verificarsi (1) corto circuiti con un tasso  $\lambda$ , (2) aperture non richieste dal sistema di controllo con un tasso  $\lambda_{AF}$ , (3) chiusure non richieste con un tasso  $\lambda_{CF}$ .

In risposta a richieste del sistema si possono verificare: (1) il dispositivo non é capace di aprire in seguito ad una richiesta del sistema con probabilitá  $p_A$ , (2) il dispositivo non é in grado di chiudere in seguito ad una richiesta del sistema con probabilitá  $p_C$ , (3) il dispositivo apre o chiude per effetto di un guasto per cui non é stato programmato per intervenire (selettivitá) con probabilitá  $p_0$ . La frequenza di questi eventi si calcola come:

$$f = \gamma p \quad (7.56)$$

essendo  $\gamma$  il tasso con cui si verifica l'evento che comporta la manovra del dispositivo,  $p$  é una delle probabilitá  $p_A$ ,  $p_C$  o  $p_0$  elencate in precedenza.

### 7.5.2 Criterio di guasto

Vari criteri di guasto possono essere adottati. I piú comuni sono quelli che si riferiscono alla perdita completa dell'alimentazione per tempi superiori a (a) 1 ciclo, (b) 10 cicli, (c) 5 secondi, (d) 2 minuti. Si noti che tali criteri di guasto sono insufficienti per moderni sistemi industriali in cui molte operazioni sono automatizzate mediante controlli a microprocessore. E' noto che i controlli a microprocessore sono estremamente sensibili a buchi di tensione di durata anche parecchio inferiore al ciclo ed anche alle armoniche nella tensione che li alimenta. Un corretto criterio di guasto si dovrebbe riferire, istante per istante, alla deviazione fra la forma d'onda reale e quella nominale. Tuttavia, tale criterio di guasto é, al momento, troppo oneroso per potere essere utilizzato in pratica. Per l'esempio mostrato sará ipotizzato che un guasto, con conseguenti perdite economiche, si manifesti per interruzioni superiori ai 5 secondi. Nel seguito saranno riportati i calcoli del numero medio di guasti per anno,  $f$  e del tempo medio di guasto,  $MTTR$ , per ognuna delle configurazioni mostrate. Si ricorda che il danno economico subito da un impianto per effetto di un guasto é legato ad entrambi i parametri attraverso la relazione:

$$X = f(X_e + (G_p - X_p)(MTTR + T_R)) \quad (7.57)$$

dove  $X$  sono le spese dovute ai guasti in un anno di funzionamento dell'impianto,  $f$  é il numero di guasti medio per anno,  $X_e$  le spese extra per ogni guasto (chiamata tecnici, dispositivi sostituiti, ecc.),  $G_p$  il guadagno orario dell'impianto,  $X_p$  le spese evitate per effetto della chiusura dell'impianto (materie prime non comperate,...),  $MTTR$  il tempo medio di riparazione,  $T_R$  il tempo necessario per riavviare gli impianti. Le spese associate ai guasti elettrici sono state quantificate secondo la tabella 7.1.

La scelta di una topologia o di un'altra comporta diversi valori di  $f$  ed  $MTTR$ . La scelta dipende dal tipo di produzione dell'impianto. In particolare se la produzione é sensibile o meno al numero di interruzioni piú che alla loro durata o viceversa. Ad esempio, una fabbrica che produce microchip con ciclo fortemente automatizzato sará estremamente sensibile anche a guasti di brevissima durata. Al contrario, un dispositivo come un forno ad arco non sará particolarmente disturbato da interruzioni di durata limitata, grazie all'inerzia termica del sistema.

Impianto	Costo medio	Costo mediano
Tutte	4.69/kW+6.65/kWh	1.71/kW+2.06/kWh
>1000 kW max	2.60/kW+2.33/kWh	0.79/kW+0.89/kWh
<1000 kW max	.11.38/kW+20.11/kWh	9.13/kW+10.96/kWh

Tabella 7.1: Costi dei guasti in USD (1990)

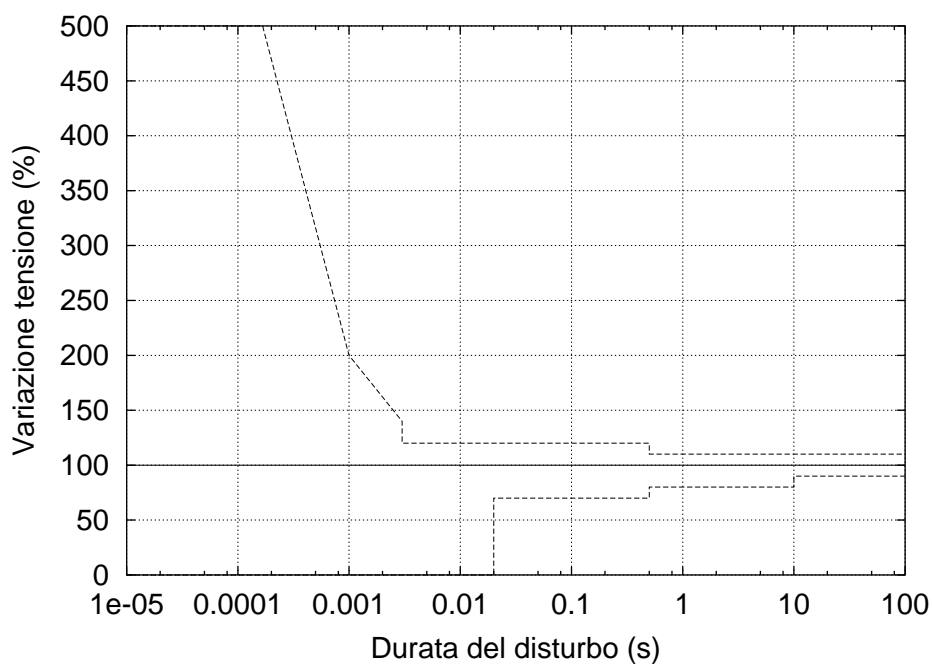


Figura 7.9: Curva CBEMA (Computer Business Equipment Manufacturer Association) di sensibilità alle variazioni di tensione di dispositivi a microprocessore.

Per valutare le condizioni che portano ad una anomalia nel comportamento di un computer o di un sistema a microprocessore devono essere utilizzate le curve rese disponibili dalla Computer Business Equipment Manufacturer Association (CBEMA). Tali curve riportano le durate e le profondità limite dei buchi di tensione, e sono riportate in figura 7.9. Normalmente i calcoli affidabilistici si limitano alle interruzioni e non considerano i buchi di tensione in quanto non sono facilmente disponibili statistiche su frequenza, durata ed ampiezza dei buchi. Si deve tuttavia tenere presente che, negli impianti in cui dispositivi a microprocessore controllano processi critici, l'incidenza dei buchi di tensione può cambiare, anche notevolmente, i parametri affidabilistici dell'impianto.

### 7.5.3 La linea di alimentazione

Nelle prossime sezioni sarà mostrato come la linea elettrica del distributore sia il componente che più contribuisce ad aumentare il tasso di guasto dell'impianto. I dati riportati nelle figure 7.10-7.12 mostrano lo stato della rete Italiana nel 1997 e sono tratti dagli "Annali della distribuzione", una pubblicazione dell'ENEL sospesa, appunto, nel 1997.

I dati riportati non sono sufficienti, tuttavia, per effettuare un calcolo affidabilistico. Infatti, come sarà mostrato in seguito, per potere fare calcoli affidabilistici debbono essere riportate statistiche relative al tasso di guasto simultaneo di due linee.

### 7.5.4 Sistema radiale semplice (1)

L'impianto ha lo schema riportato in figura 7.13. La missione è quella di portare l'energia dal punto di accoppiamento con la rete (PAC) al carico collegato alla linea di distribuzione. Sono considerate, pertanto, le sole funzioni di trasporto.

Dal punto di vista affidabilistico tutti gli elementi del circuito sono posti in serie, inclusi i 90 metri di cavo in parallelo al circuito principale ed i 5 interruttori BT in parallelo all'interruttore del carico. Infatti, un guasto sul cavo di 90 metri (non protetto) provoca un corto circuito che impone all'interruttore MT dell'utente una manovra di apertura. Per quanto concerne gli interruttori BT una mancata apertura di una corrente di corto circuito in una delle linee in parallelo al carico comporta una manovra di apertura dell'interruttore BT posto al secondario del trasformatore. Anche questo tipo di guasto si riflette, pertanto, in una mancata alimentazione del carico critico.

Dal punto di vista dei calcoli affidabilistici, ipotizzando che tutti i componenti del sistema abbiano un alto tasso di riparabilità, le grandezze che interessano per un calcolo economico del danno legato al guasto si possono stimare a partire dai tassi di guasto dei singoli dispositivi,  $\lambda_i$ , e dai tempi medi di riparazione  $MTTR_i$  come:

$$f \approx \sum_i \lambda_i \text{ (guasti/anno)}$$

$$U \approx \sum_i \lambda_i MTTR_i \text{ (ore guasto/anno)}$$

$$MTTR \approx \frac{\sum_i \lambda_i MTTR_i}{\sum_i \lambda_i}$$

Gli elementi circuitali considerati in questa analisi sono riportati nella tabella 7.2 insieme al loro tasso di guasto ed al contributo da essi fornito alla indisponibilità del sistema. La tabella evidenzia, mediante il grassetto, i dispositivi che contribuiscono maggiormente alla frequenza dei guasti ed al tempo medio di riparazione. Per semplificare l'analisi è stata trascurata la frequenza dei guasti degli interruttori dovuti ad intervento fuori dalla regione di protezione.

L'analisi mostra che per questo tipo di sistema il numero di interruzioni per anno è imputabile, prevalentemente, a: (1) ente distributore, (2) cavi in media tensione, (3) sezionatore di media tensione.



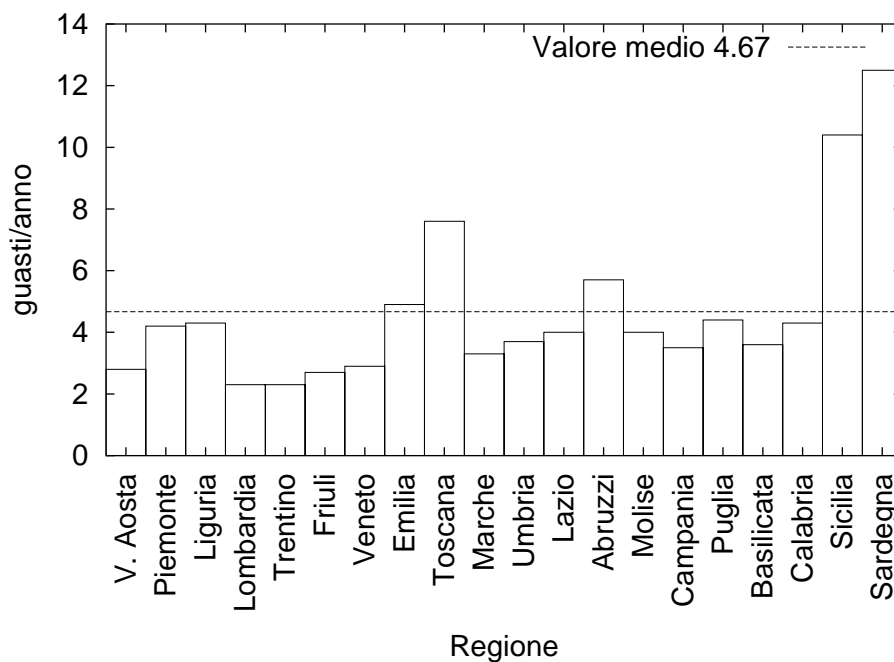


Figura 7.10: Tassi di guasto annuali, divisi per regione, in Italia.

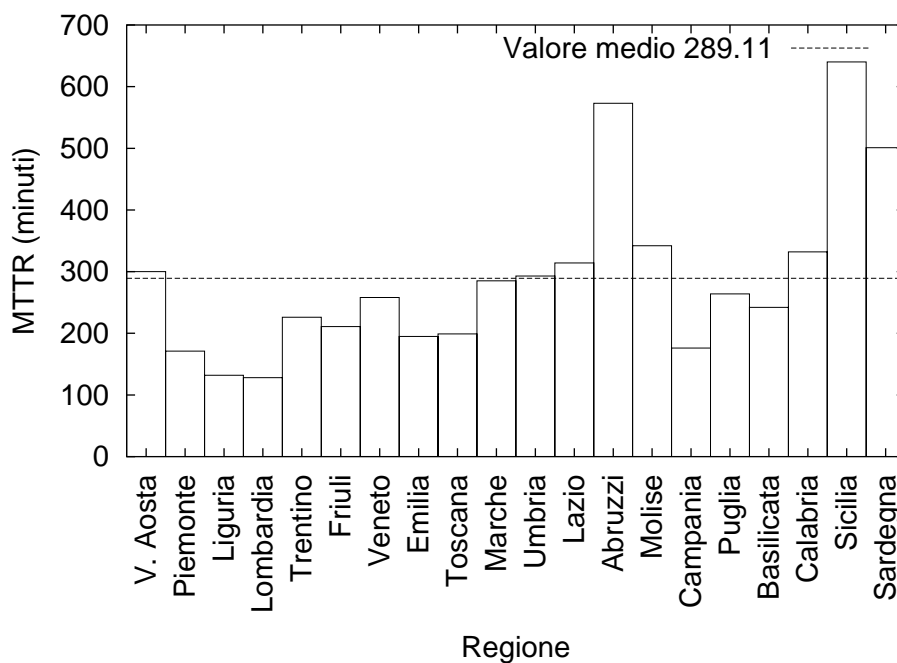


Figura 7.11: Tempi medi di rimozione del guasto, divisi per regione, in Italia.

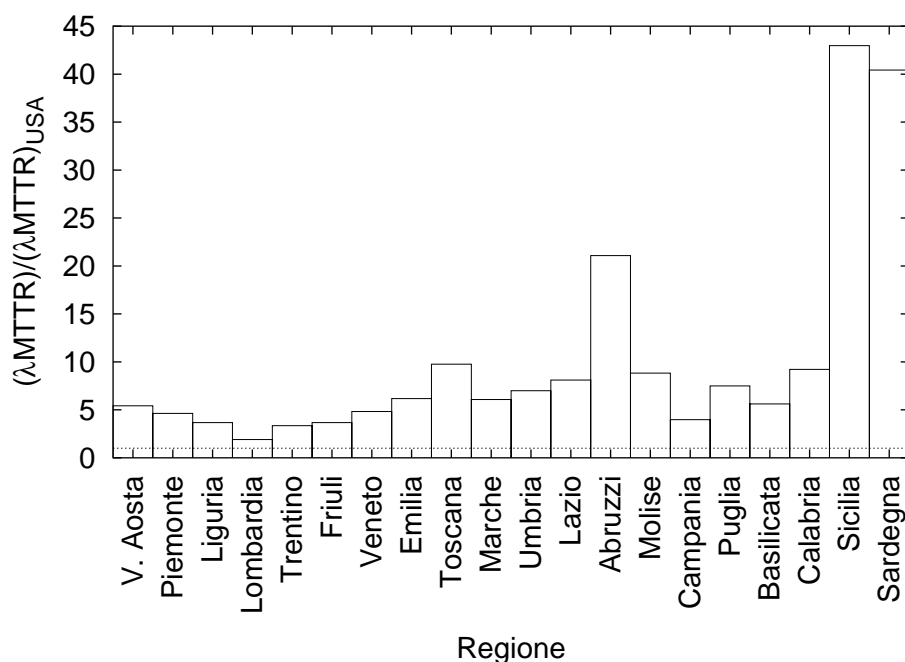


Figura 7.12: Minuti di indisponibilità in Italia (divisi regione per regione) riportati in valore relativo ai minuti di indisponibilità di una rete media americana (sorgente: Gold Book).

Qta	Elemento circuitale	guasti/anno	ore/anno
1	Distributore, una sola linea	<b>1.956</b>	<b>2.582</b>
3	Rele' di protezione	3x0.0002	3x0.0010
1	Interruttore 13.8kV (1)	0.0036	<b>0.2992</b>
1	Sbarra 13.8kV connessa ad 1 interr.	0.0034	0.0911
270m	Cavo a 13.8kV in cunicolo (2)	<b>0.0055</b>	<b>0.1458</b>
6	Terminali in cavo a 13.8 kV	6x0.0003	6x0.0450
1	Sezionatore 13.8 kV	<b>0.0061</b>	0.0220
1	Trasformatore (1)	0.0030	<b>1.0260</b>
1	Interruttore 480V	0.0027	0.0108
1	Sbarra 480V connessa a 7 interruttori	0.0024	0.0576
1	Interruttore 480V	0.0027	0.0108
5	Interruttore 480V incapace di aprire (3)	0.0012(4)	0.0048
90m	Cavo a 480V in aria libera	0.0004	0.0044
2	Terminazione cavo 480V	2x0.0002	2x0.0008
	<b>Totali</b>	<b>1.9896</b>	<b>4.3033</b>

Tabella 7.2: Parametri affidabilistici dei dispositivi inseriti nel sistema radiale semplice. **Note:** (1) Dati relativi alla riparazione, non alla sostituzione. (2) Il tasso di guasto si calcola noto il tasso di guasto per unità di lunghezza:  $0.00204$  guasti/anno/(100 m cavo). Quindi, poiché gli spezzoni di cavo sono affidabilisticamente in serie ed i tassi di guasto si sommano:  $\lambda = 0.00204 \cdot 270/100 = 0.0055$  (guasti/anno). (3) Statisticamente, il 9% dei guasti agli interruttori richiede l'intervento dei dispositivi a monte, quindi il tasso di guasto è  $\lambda_i = 9\% \cdot 0.0027 \cdot 5$ . (4)  $0.012 = 5(0.0027 \times 9\%)$ .

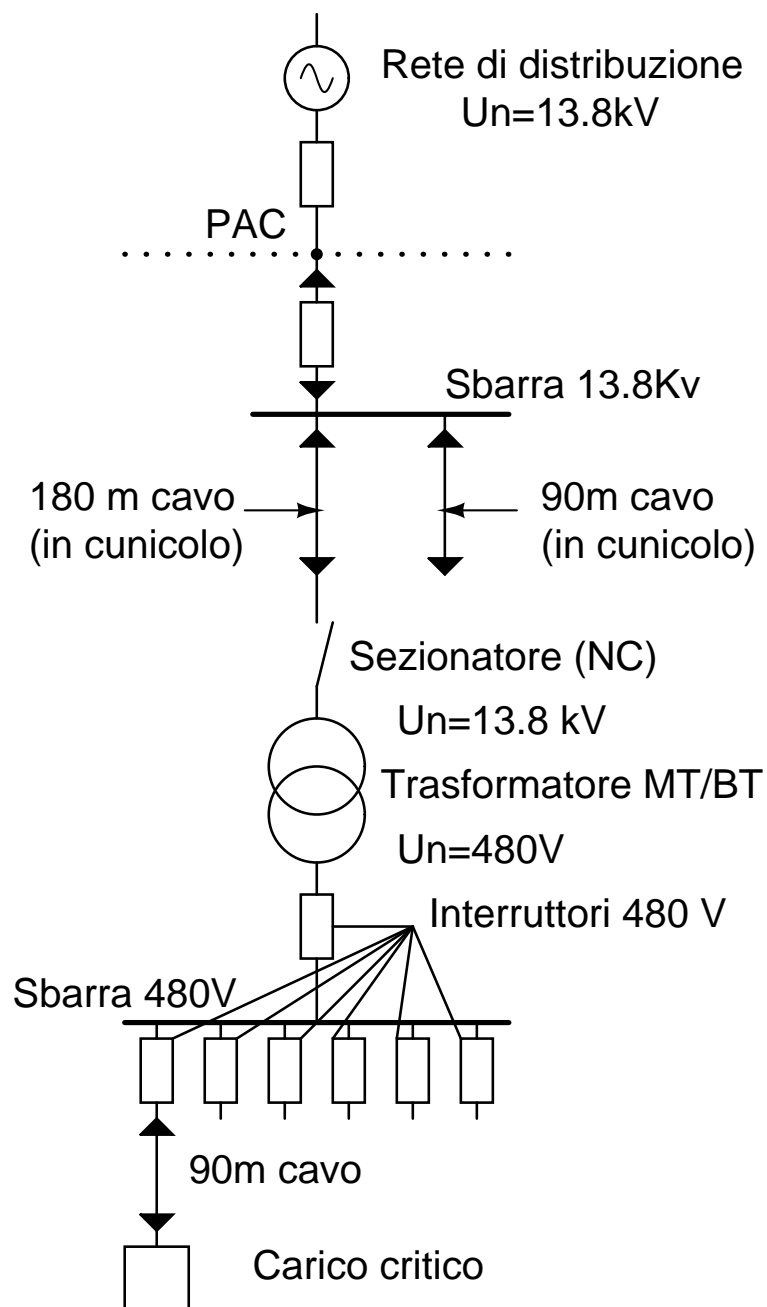
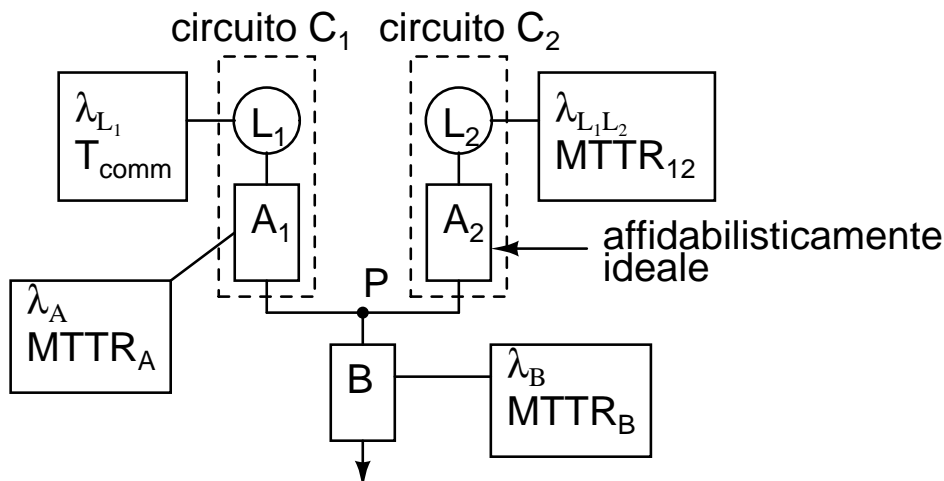


Figura 7.13: Schema unifilare di un sistema di distribuzione radiale.



Evento	$T_{\text{comm}} \geq T_{\text{critico}}$		$T_{\text{comm}} < T_{\text{critico}}$	
	$\lambda$	$\lambda \text{MTTR}$	$\lambda$	$\lambda \text{MTTR}$
$\overline{C_1} \overline{C_2}$	$\lambda_{L_1} + \lambda_A$	$(\lambda_{L_1} + \lambda_A) T_{\text{comm}}$	0	0
$\overline{C_1} \overline{C_2}$	$\lambda_{L_1 L_2}^*$	$\lambda_{L_1 L_2} \text{MTTR}_{12}$	$\lambda_{L_1 L_2}$	$\lambda_{L_1 L_2} \text{MTTR}_{12}$
$\overline{B}$	$\lambda_B$	$\text{MTTR}_B$	$\lambda_B$	$\text{MTTR}_B$

\* trascurando la probabilità dell'evento  $\overline{A_1} \overline{L_2}$

Figura 7.14: Schema di calcolo dei parametri affidabilistici di un impianto con due linee di alimentazione ed elementi ridondanti fino al punto P.

Il tempo medio di guasto, invece, è imputabile prevalentemente a: (1) ente distributore, (2) trasformatore, (3) interruttore MT, (4) sbarre MT.

È evidente che migliorando la rete di distribuzione è possibile ridurre la frequenza di guasto ed il numero di ore di fermo impianto. Per fare ciò è necessario richiedere una fornitura mediante linee MT in parallelo.

Si osserva inoltre che il trasformatore, pur essendo estremamente affidabile (bassi tassi di guasto) contribuisce in modo significativo ai tempi di guasto medi per effetto dell'elevato tempo medio di riparazione: 320 ore (circa 13 giorni).

### 7.5.5 Impianti con due linee di alimentazione: generalità

La linea di alimentazione è, generalmente, l'elemento circuitale meno affidabile di un impianto elettrico di potenza. L'affidabilità di un impianto può essere significativamente incrementata mediante l'utilizzo di due linee di alimentazione.

Avere la ridondanza della linea di alimentazione può, peraltro, non essere una misura sufficiente per raggiungere i livelli di disponibilità prestabiliti. In alcuni casi, può risultare necessario avere anche altri componenti circuitali ridondanti (ad esempio, tutti i componenti in media tensione, fino ai morsetti del trasformatore).

	$\lambda$	$MTTR$	$\lambda MTTR$
Una linea	1.956	1.32	2.582
Due linee	0.312	0.52	0.1622

Tabella 7.3: Valori medi di frequenze di guasto e tempi medi di riparazione per un sistema di distribuzione caratterizzato da due distinti circuiti di alimentazione.

Per valutare i parametri affidabilistici di un impianto con linea di alimentazione ed alcuni elementi dell'impianto ridondanti ci si può riferire allo schema presentato in figura 7.14. Nella figura sono mostrate, schematicamente, le linee di alimentazione  $L_1$  ed  $L_2$ . Supponendo che la ridondanza sia stata effettuata fino al punto  $P$  del circuito, i blocchi  $A_1$  ed  $A_2$  rappresentano i componenti circuitali che sono stati duplicati. Il blocco  $B$  rappresenta i componenti circuitali per cui non è stata realizzata la ridondanza. Il circuito primario di alimentazione,  $C_1$ , è la serie di  $L_1$  e  $A_1$ , il circuito secondario o ridondante,  $C_2$ , è la serie di  $L_2$  ed  $A_2$ .

Supponendo, per semplicità, che la ridondanza sia fredda, cioè che il circuito ridondante prenda carico soltanto quando il circuito primario di alimentazione è indisponibile, è possibile semplificare l'analisi trascurando i guasti nel blocco  $A_2$ . Infatti, il tempo di esposizione dei circuiti in  $A_2$  è estremamente limitato, in quanto tali circuiti sono chiamati in servizio solo quando il circuito  $C_1$  è indisponibile. Il blocco  $A_2$  può pertanto essere considerato come ideale e, in pratica, potrebbe essere omesso dal diagramma di figura 7.14.

Per quanto concerne i possibili eventi è:

$$\bar{C}_1 = \bar{L}_1 \cup \bar{A}_1 \quad (7.58)$$

$$\bar{C}_2 = \bar{L}_2 \quad (7.59)$$

Il guasto si può verificare in corrispondenza dell'evento  $\bar{C}_1\bar{C}_2$  oppure per  $\bar{B}$  se la commutazione fra il circuito primario e quello secondario è sufficientemente rapida da non creare problemi al carico. Alternativamente, se  $T_{\text{comm}}$  è il tempo di commutazione dal circuito 1 al circuito 2, il guasto del circuito  $C_1$  coincide con un effettivo guasto di durata  $T_{\text{comm}}$ .

Per semplificare ulteriormente l'analisi, poiché:

$$\bar{C}_1\bar{C}_2 = \bar{L}_1\bar{L}_2 \cup \bar{A}_1\bar{L}_2 \quad (7.60)$$

è possibile trascurare l'evento  $\bar{A}_1\bar{L}_2$ , cioè un guasto alla linea di distribuzione secondaria che avvenga mentre uno o più degli elementi nel circuito primario (con l'esclusione di  $L_1$ ) sono indisponibili. Il risultato di tali semplificazioni può essere riassunto nella tabella riportata in figura 7.14.

Per quanto concerne le linee, deve essere specificato che, nonostante le migliori intenzioni dell'ente distributore, guasti di modo comune sulle due linee non possono essere, a priori, esclusi. Normalmente, la probabilità che entrambe le linee siano fuori servizio è maggiore del prodotto delle probabilità che le linee vadano fuori servizio individualmente (indipendenza stocastica). In particolare, le norme IEEE Std. 493-1990 (Gold Book) forniscono i dati medi (per gli Stati Uniti) per una linea e due linee. Tali dati sono riportati sinteticamente in 7.3

Conformemente all'analisi presentata, ha interesse valutare anche gli effetti del guasto di una singola linea sotto l'ipotesi che la linea di riserva sia funzionante. Per questo evento il tasso di guasto (cioè il numero medio di eventi per anno) coincide con la differenza fra il tasso di guasto della linea singola e quello di due linee simultaneamente:  $1.956 - 0.312 = 1.644$ . Il tempo medio di guasto coincide con il tempo richiesto per commutare dalla linea guasta a quella funzionante, ipotizzato pari a 9 minuti, quindi il tempo medio di riparazione espresso in ore è  $MTTR = 0.15$ . Quindi, riassumendo, i dati si possono riportare nella tabella 7.4.

	$\lambda$	$MTTR$	$\lambda MTTR$
$\bar{L}_1\bar{L}_2 + \bar{L}_1L_2$	1.956	1.32	2.582
$\bar{L}_1\bar{L}_2$	0.312	0.52	0.1622
$\bar{L}_1L_2$	1.644	0.15	0.2466

Tabella 7.4: Valori medi di frequenze di guasto e tempi medi di riparazione per un sistema di distribuzione caratterizzato da due distinti circuiti di alimentazione. Sono riportati anche i parametri relativi alla rottura della linea primaria nell'ipotesi che la commutazione avvenga in 9 minuti.

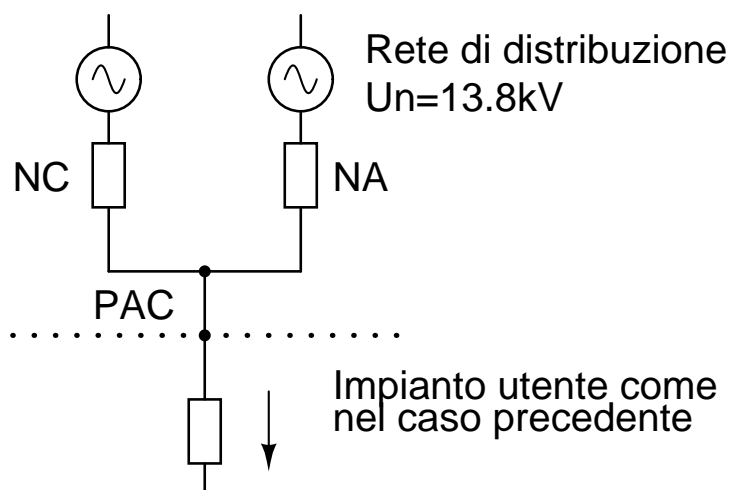


Figura 7.15: Schema con selezione della linea esterna all'impianto utente.

### 7.5.6 Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione esterna all'impianto.

Si supponga ora che l'alimentazione si possa derivare da due linee del distributore poste in parallelo. La linea di alimentazione può essere selezionata agendo su due interruttori esterni all'impianto utente. A seconda della velocità di selezione, un guasto sulla linea che normalmente alimenta l'impianto può essere considerato un guasto ( $>5$  secondi) oppure no ( $<5$  secondi).

Per procedere al calcolo delle funzioni affidabilistiche del sistema è ora possibile raggruppare i dati affidabilistici dei dispositivi dell'impianto in un singolo blocco, in serie alla linea di alimentazione. Questo blocco ha parametri:

$$\sum_i \lambda_i = 0.0336$$

$$\sum_i \lambda_i MTTF_i = 1.7213$$

	$\lambda$	$\lambda MTTR$
senza selezione	1.956	2.582
selezione in 9 minuti	$1.644+0.312=1.956$	$1.644*9/60+0.52*0.312=0.4088$
selezione in $< 5$ s	0.312	0.1622

Tabella 7.5: Calcolo dei parametri affidabilistici della rete elettrica che alimenta l'impianto.

	$\lambda$	$\lambda MTTT$
Sistema senza selezione	1.9896	4.3033
Sistema A con selezione in 9 min	1.9896	2.1301
Sistema B con selezione in <5 s	0.3456	1.8835

Tabella 7.6: Sintesi dei dati affidabilistici per un sistema con selezione esterna all'impianto utente.

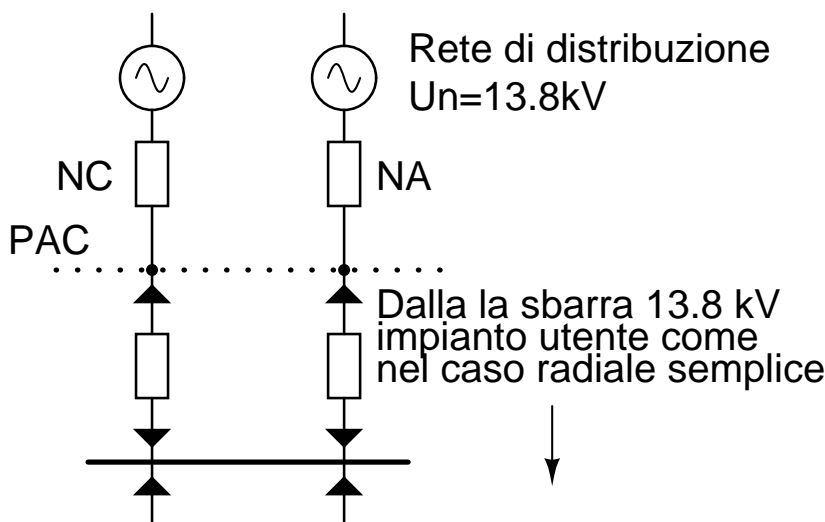


Figura 7.16: Schema con selezione della linea alla sbarra di media tensione dell'utente.

Per quanto riguarda la commutazione in caso di guasto si possono ipotizzare, a titolo di esempio, due diversi scenari:

- (A) Commutazione in 9 minuti in caso di guasto;
- (B) Commutazione in un tempo inferiore ai 5 secondi in caso di guasto.

Nel caso A il guasto della sola linea 1 comporta un effettivo aumento sia del numero di guasti subiti in un anno sia del tempo totale di fermo dell'impianto (incremento pari a 9 minuti per ogni guasto). Nel caso B il guasto della sola linea 1 non incrementa il numero di guasti e neppure il numero di ore non lavorate. I parametri affidabilistici nei due casi ed i relativi calcoli per determinarli sono riportati in tabella 7.5.

I parametri affidabilistici della rete di distribuzione si calcolano quindi sommando a quelli della rete di alimentazione quelli dei dispositivi connessi a valle. Tali parametri sono riportati nella tabella 7.6.

Si noti come la configurazione A non permetta di ridurre il numero di guasti per anno, contrariamente a quanto fatto dal sistema B. Per quanto concerne il numero di ore non lavorate non esiste grande differenza fra i due sistemi.

### 7.5.7 Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione alla sbarra di media tensione dell'utente.

Uno dei dispositivi che maggiormente contribuisce al tempo medio di riparazione è l'interruttore in media tensione. Per ridurre i tempi di riparazione associati a questo dispositivo si può pensare di utilizzare uno schema in cui anche l'interruttore di media tensione sia ridondante, cioè lo schema 7.16. Per calcolare i parametri affidabilistici dell'impianto così modificato si osservi che i dati affidabilistici dalla sbarra a 13.8

kV fino al carico critico rimangono invariati. Anche per questa configurazione si ipotizza che il tempo necessario per effettuare una commutazione sia: (a) 9 minuti per una commutazione manuale, (b), 5 secondi per una commutazione automatica. Per questo tipo di configurazione è necessario osservare che la sbarra a 13.8 kV è connessa a due interruttori, quindi presenta un tasso di guasto diverso rispetto al caso precedente.

Separiamo gli eventi  $\overline{L_1}L_2$  e  $\overline{L_1}\overline{L_2}$ . Nel caso (a) (commutazione manuale) ogni evento del primo tipo è un guasto con una durata di 9 minuti. Nel caso (b), invece, gli eventi per cui la linea ordinaria di alimentazione (connessa all'interruttore normalmente chiuso) non costituiscono un guasto vero e proprio.

I parametri affidabilistici dei dispositivi dalla sbarra al carico critico si condensano in un unico dispositivo avente:

$$f \approx \sum_i \lambda_i = 0.026 \text{ (guasti per anno)}$$

$$\sum_i \lambda_i MTTR_i = 1.328 \text{ (ore)}$$

Per calcolare i parametri affidabilistici del sistema di alimentazione si separano, come in precedenza, i casi (a) e (b). Nel caso (a), tutti i guasti della linea primaria sono, effettivamente, guasti del sistema di durata pari a 9 minuti. La frequenza dei guasti sulla linea primaria è, approssimativamente, data dalla somma dei tassi di guasto della linea stessa, di 1 interruttore e di 1 relé:

$$f \approx \lambda_{L_1} + \lambda_{\text{interruttori}} + \lambda_{\text{relé}} = 1.644 + 3(0.0002) + 0.0036 = 1.6482 \text{ (guasti/anno)}$$

Le ore di indisponibilità per anno sono date dal numero di guasti per anno moltiplicati per il tempo necessario per effettuare una commutazione.

$$U = (1.6478)0.15 = 0.2472$$

I guasti simultanei nelle due linee hanno, esattamente come nel caso precedente,

$$f \approx 0.312$$

$$U = 0.1622$$

Per questa analisi la sbarra ha  $\lambda = 0.0068$ ,  $MTTR = 0.1822$ . Questi dati possono essere riassunti nella seguente tabella:

Sistema	$\lambda$	$\lambda MTTR$	$\lambda$	$\lambda MTTR$
$\overline{L_1}L_2$	1.6482	0.2472	/	/
$\overline{L_1}\overline{L_2}$	0.312	0.1622	0.312	0.1622
sbarra MT	0.0068	0.18220	0.0068	0.1822
componenti rimanenti	0.026	1.3280	0.026	1.3280
totale	1.9930	1.9196	0.3448	1.6724

Si osserva che il tasso di guasto è dovuto, essenzialmente, alla linea di alimentazione anche se, nella configurazione con commutazione automatica, è possibile ridurre notevolmente la frequenza dei guasti. Il tempo medio di riparazione è ancora alto, imputabile essenzialmente ai lunghi tempi di riparazione del trasformatore MT/BT. Si osserva, inoltre, un leggero aumento del tasso di guasto nel caso di commutazione non automatica, legato alla presenza di interruttore e relé in serie alla linea primaria.



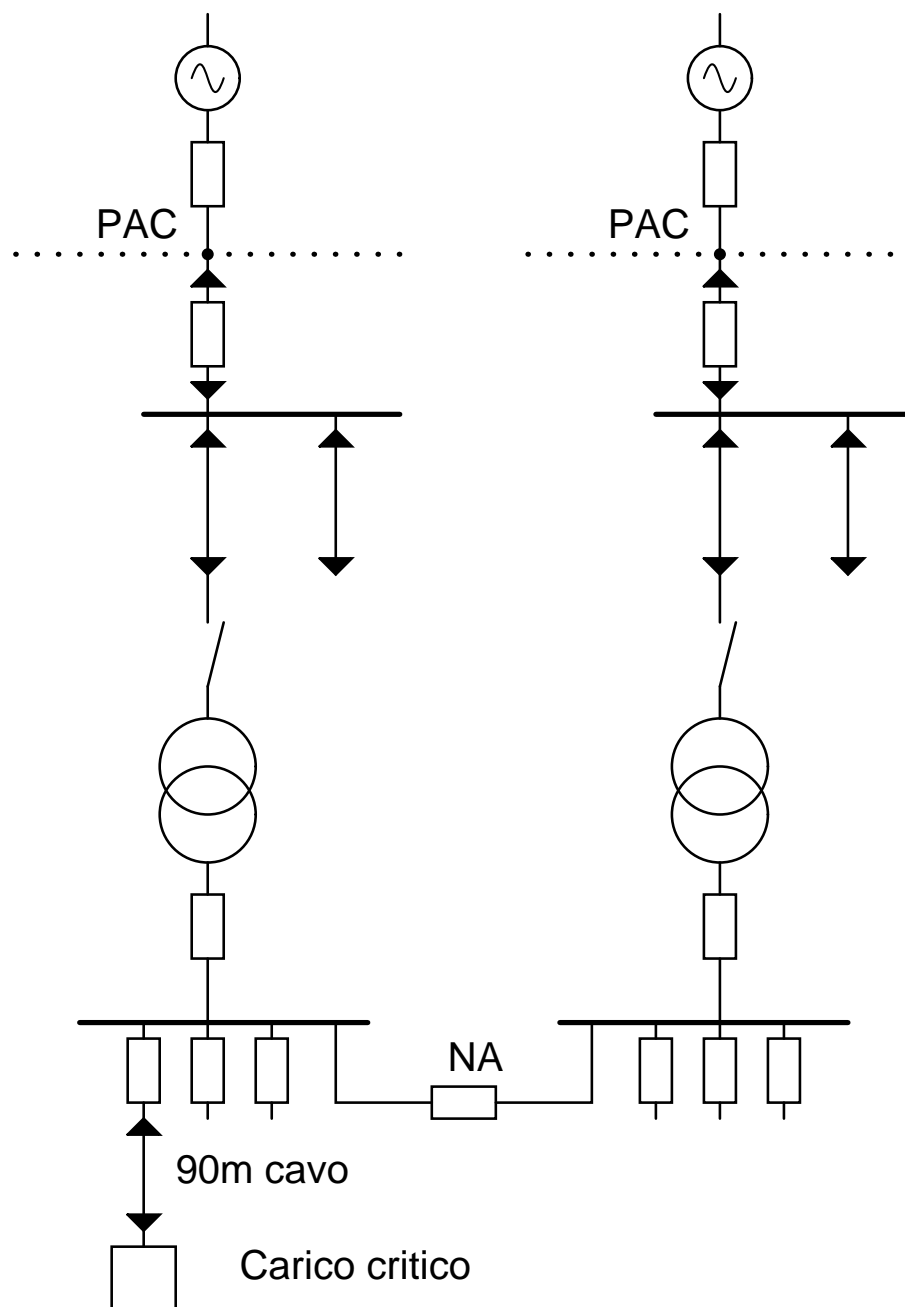


Figura 7.17: Schema con selezione della linea al secondario del trasformatore.

	$\lambda$	$\lambda MTTR$	$\lambda$	$\lambda MTTR$
$\overline{L_1 L_2}$	1.6707	0.2506	0	0
$\underline{L_1 L_2}$	0.312	0.1622	0.312	0.1622
Totale	1.9827	0.4128	0.312	0.1622

Tabella 7.7: Parametri affidabilistici del sistema di distribuzione calcolati fino alla sbarra a 480 V alimentante il carico critico.

### 7.5.8 Sistema radiale con selezione della linea di alimentazione al secondario del trasformatore.

Per eliminare i lunghi tempi di riparazione del trasformatore si può pensare ad uno schema in cui esista un trasformatore ridondante. Questo schema ridondante può essere realizzato alimentando una parte del carico con il trasformatore che alimenta il carico critico ed un'altra parte con il trasformatore ridondante, realizzando così una ridondanza tiepida.

Come nei casi precedenti si ipotizza che si possa effettuare una commutazione fra la linea di alimentazione primaria e quella ridondante (a) in modo manuale con un tempo di 9 minuti, (b) in modo automatico con un tempo inferiore ai 5 secondi. Quindi, in modo analogo a quanto visto in precedenza, tutti i guasti della linea primaria nel caso (a) si tramutano in guasti per il carico critico, aventi una durata pari a 9 minuti (a meno che la riparazione della linea primaria non avvenga prima di 9 minuti), nel caso (b) non sono avvertiti come guasti dal carico critico.

La frequenza con cui si verificano guasti sulla linea primaria è, approssimativamente la somma dei tassi di guasto dei dispositivi sulla linea primaria. Considerando che sulla linea primaria sono presenti la linea MT del distributore (1.644 guasti/anno), 3 relé (0.0006 guasti/anno), un interruttore a 13.8 kV (0.0036 guasti/anno), una sbarra a 13.8 kV connessa ad un interruttore (0.0034 guasti/anno), cavi a 13.8 kV che danno origine a 0.0055 guasti per anno, 6 terminazioni di cavo in media tensione (0.0018 guasti/anno), un sezionatore (0.0061 guasti/anno), un trasformatore (0.0030 guasti/anno) ed un interruttore a 480 V (0.0027 guasti/anno) la frequenza di guasto è, approssimativamente:

$$f \approx 1.644 + 0.0006 + 0.0036 + 0.0034 + 0.0055 + 0.0018 + 0.0061 + 0.0030 + 0.0027 = 1.6707 \text{ (guasti/anno)}$$

che comportano una indisponibilità di:

$$\lambda MTTF = 1.6707 \cdot 0.15 = 0.2506 \text{ (ore di guasto/anno)}$$

nel caso (a), nulla nel caso (b) (infatti 5 secondi di interruzione non sono percepiti dal carico come un guasto). Il tasso dei guasti simultanei sulle due linee in media tensione del distributore è pari a 0.312 guasti per anno con una indisponibilità di 0.1622 ore. Trascurando i guasti sui dispositivi ridondanti dell'utente i parametri affidabilistici fino alla sbarra in bassa tensione che alimenta il carico critico si possono calcolare come riportato in 7.7.

I parametri affidabilistici dei rimanenti dispositivi si possono calcolare secondo quanto riportato in 7.8. Infine, sommando i contributi dei dispositivi a monte ed a valle della sbarra a 480 V si ottengono quelli totali del sistema. Nel caso (a) è:  $\lambda = 1.9882$  (guasti/anno),  $\lambda MTTF = 0.4716$  (guasti/anno). Nel caso (b) è:  $\lambda = 0.3175$  (guasti/anno),  $\lambda MTTF = 0.2210$  (guasti/anno).

	$\lambda$	$\lambda MTTR$
sbarra BT connessa a 5 interruttori	0.0017	0.0408
interruttore a 480 V	0.0027	0.0108
2 interruttori a 480 V incapaci di aprire	0.0005	0.0020
cavo a 480 V	0.0004	0.0044
2 terminazioni cavo a 480 V	0.0002	0.0008
Totale	0.0055	0.0588

Tabella 7.8: Parametri affidabilistici del sistema calcolati dalla sbarra a 480 V fino al carico critico.