

CAPITOLO III.

Applicazioni della modulazione FMCW ai radar OTH.

3.1 Introduzione.

Nei due precedenti capitoli si sono trattati i lineamenti generali che caratterizzano i radar OTH e la modulazione FMCW, prevalentemente usata in questo tipo di radar.

Si prenderà in considerazione in questo capitolo l'uso della modulazione FMCW applicata all'uso pratico nel caso dei radar OTH, con particolare riferimento alle problematiche relative alla generazione delle forme d'onda FMCW e alla eliminazione dell'ambiguità in distanza e Doppler tramite l'utilizzo di più forme d'onda.

Andiamo ora a riprendere e ampliare alcuni aspetti relativi ai radar OTH già esaminati in linea generale nel primo capitolo e che ci serviranno a chiarire quanto verrà detto in seguito.

Si sa che le performance di qualsiasi sistema radar sono influenzate in definitiva dalla grandezza del livello di rumore che potenzialmente potrebbe oscurare la rivelazione dei bersagli. Nel caso di radar OTH, lavorando nella banda HF, che presenta una elevata componente di rumore, è necessaria una opportuna stima dei vari parametri che determinano il rumore per poi, in fase di progetto, andare a considerare tutti gli elementi che possano eliminarlo o quanto meno contrastarlo. Comunque, per quanto radar ad elevata potenza siano utilizzati in missioni che prevedano una rivelazione di piccoli bersagli, le esigenze di una elevata risoluzione in distanza aumentano e per questo un numero di fenomeni collegati a effetti strumentali può far sì che il radar diventi indesideratamente limitato dal rumore interno. Un siffatto disturbo strumentale va a danneggiare la purezza spettrale dei generatori di forme d'onda, purezza che è comunque richiesta dai trasmettitori e dai ricevitori.

In un certo senso, quindi, possiamo affermare che i generatori di forma d'onda rappresentano il cuore della sezione a radio frequenza del radar e una mancanza di una buona qualità spettrale può causare una limitazione delle prestazioni del sistema radar a causa del rumore interno.

Sostanzialmente, il progetto delle forme d'onda da adoperare richiede una valutazione accurata dei fattori che influenzano la propagazione ionosferica, il clutter di terra e di mare e i livelli di rumore causati da fattori atmosferici [15].

Alcune delle caratteristiche e dei problemi dei radar HF-OTH possono essere presi in considerazione esaminando la nota equazione dei radar, che per un radar OTH può assumere la seguente forma:

$$R_{\max}^4 = \frac{P_{av} G_T G_R \lambda^2 \sigma \cdot F_p T_c}{(4\pi)^3 N_0 (S/N) L_s},$$

dove

R_{\max} è la distanza massima radar-bersaglio;

P_{av} è la potenza media;

G_T è il guadagno dell'antenna trasmittente;

G_R è il guadagno dell'antenna ricevente;

λ è la lunghezza d'onda;

σ è la radar cross section del bersaglio;

F_p è un fattore che tiene conto degli effetti di propagazione;

T_c è il coherent processing time;

N_0 è la densità spettrale di potenza di rumore;

(S/N) è il rapporto segnale rumore richiesto per la rivelazione;

L_s sono le perdite del sistema.

Da notare che i guadagni di antenna sono riportati separatamente perché è conveniente per queste funzioni avere un sito trasmittente e un sito ricevente. È nei termini F_p , N_0 e T_c , inoltre, che risiedono le maggiori differenze tra un radar a impulsi a microonde e il radar sky-wave. Il fattore F_p tiene conto delle perdite di energia dovute al cammino ionosferico, delle perdite di polarizzazione e delle perdite dovute alla natura dinamica del percorso. In N_0 sono contenute la potenza di rumore derivante da sorgenti naturali e gli effetti delle interferenze, molto spesso più rilevanti, provocate da altri utenti della banda HF. Il tempo di elaborazione T_c è stato incluso in questa forma dell'equazione radar per enfatizzare il fatto che si tratta di un radar Doppler che richiede un dwell time di T_c secondi se vuole essere ottenuta una risoluzione in frequenza di $1/T_c$.

hertz, necessaria per “risolvere” nel miglior modo gli obiettivi, distinguendole dagli echi degli ostacoli, registrabili negli stessi intervalli Doppler dei bersagli desiderati.

Un tipico radar OTH, progettato per la rivelazione di aerei a distanze fino a 4000 km, deve possedere particolari requisiti: una potenza media di qualche centinaio di kilowatt, guadagni di antenna di 20-30 dB e frequenze che operano da qualche megahertz fino a qualche decina di megahertz. Le antenne dovranno essere lunghe, dell'ordine delle centinaia di metri, per ottenere fasci abbastanza stretti a quelle frequenze.

In un radar a microonde la sensibilità del ricevitore è influenzata in maggior modo dal rumore interno generato dai componenti del ricevitore stesso. Il rumore proveniente da cause esterne raramente influenza le prestazioni.

Per la banda HF è vero l'opposto. Il rumore esterno dovuto a fenomeni atmosferici (fulmini), al rumore cosmico, il rumore prodotto dall'uomo (man-made noise) e le interferenze prodotte dalle altre sorgenti che lavorano in banda HF possono essere significativamente grandi rispetto al rumore interno del ricevitore. In particolare, gli effetti combinati delle interferenze prodotte dagli altri utenti della banda HF contribuiscono in maggior modo al rumore in ingresso al ricevitore.

Ma il rumore esterno non è l'unico fattore che limita le prestazioni dei radar OTH. Poiché il radar OTH illumina dall'alto superfici molto vaste, gli echi generati dalle porzioni di mare e dal terreno sono talmente larghi che sono predominanti sia rispetto al rumore esterno che alla eco del bersaglio desiderato. Per contrastare il clutter così generato di norma si effettua un'elaborazione Doppler del segnale per distinguere i bersagli in movimento desiderati dall' indesiderato clutter di background. Banci di filtri Doppler di ampiezze che partono da 0.5-1 Hz possono essere usati in funzione dei bersagli che si vuole rivelare e della stabilità del percorso di propagazione.

Proprio come si vuole che altri utenti della banda HF non interferiscano nella ricezione degli echi, anche il radar HF deve evitare di causare interferenze ad altri apparati. Per fare questo una soluzione comune è quella di usare forme d'onda a banda stretta, che possono essere facilmente inserite nello spettro libero al momento della trasmissione. È quindi necessaria da parte del radar una flessibilità nell'utilizzo di diverse frequenze.

Una banda stretta implica, nel caso di modulazione chirp, spazzate di frequenza lunghe. Un impulso lungo è importante per generare l'energia richiesta per una rivelazione a lungo raggio. La ripetizione della forma d'onda di un radar OTH è generalmente bassa per evitare ambiguità in distanza. Una waveform repetition frequency (WRF) di 50 Hz, per esempio, corrisponde a una distanza non ambigua di 3000 km. Poiché la WRF è bassa, può nascere una ambiguità Doppler. È quindi richiesto un compromesso tra ambiguità in distanza e Doppler. Nel caso di una elaborazione Doppler il fascio dell'antenna dovrà illuminare l'area del bersaglio per un tempo sufficiente a

ottenere la risoluzione Doppler richiesta e la necessaria soppressione del clutter. L'ampia area coperta da un radar OTH, il bisogno di impiegare più di una frequenza per coprire tutto lo spazio di sorveglianza e il bisogno di un tempo di illuminazione sufficiente ad una analisi Doppler stanno a significare che un radar a singolo fascio può impiegare un tempo relativamente alto per esaminare in dettaglio l'area sotto sorveglianza [2].

3.2 Principio di funzionamento di un radar OTH FMCW.

Essenzialmente, una forma d'onda ripetitiva viene fatta variare tra il limite inferiore e quello superiore di banda con una frequenza di ripetizione costante.

La forma d'onda è irradiata dal trasmettitore ad una potenza tipicamente di alcune centinaia di kW e si propaga per via ionosferica fino alla regione sotto sorveglianza. Una volta giuntavi, l'onda è retrodiffusa, sia dalla terra e/o dal mare che dai bersagli, verso il ricevitore. Il percorso di ritorno avviene sempre per via ionosferica. Il sistema di ricezione prevede che una replica del segnale trasmesso sia usata come oscillatore locale e entri in un mixer insieme al segnale ricevuto, dando luogo al cosiddetto fenomeno di "deramping". Dopo questo processo, il clutter, che è caratterizzato da bassi spostamenti Doppler, dovuti per lo più a fenomeni ionosferici e/o a echi provenienti dal movimento delle onde marine, risulta concentrato in una serie di righe spettrali separate dalla WRF. I bersagli in movimento sono distinti dalle righe del clutter da righe a frequenze differenti generate dall'effetto Doppler come mostrato in figura 3.1.

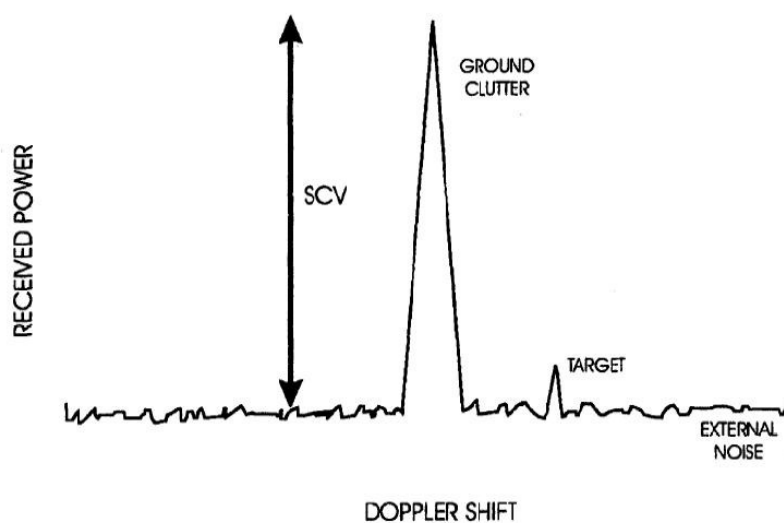


Figura 3.1. Contenuto spettrale della cella radar in distanza.

Una misura comunemente usata della sensibilità relativa del radar è la “subclutter visibilità” (SCV), definita come il rapporto clutter-rumore esterno in seguito all’integrazione coerente fatta sul tempo di illuminazione del radar.

Come conseguenza del rumore esterno relativamente elevato, caratteristico della banda HF, il livello di rumore riportato nella figura 3.1 sarà dovuto esclusivamente a fonti di rumore esterne, come ad esempio il rumore atmosferico o galattico. In particolare il livello di rumore non dovrebbe essere attribuibile ai generatori di forma d’onda per i quali è richiesta un’elevata purezza spettrale.

Per testare le caratteristiche spettrali dei generatori di forma d’onda è solitamente utilizzato un simulatore come quello di figura 3.2.

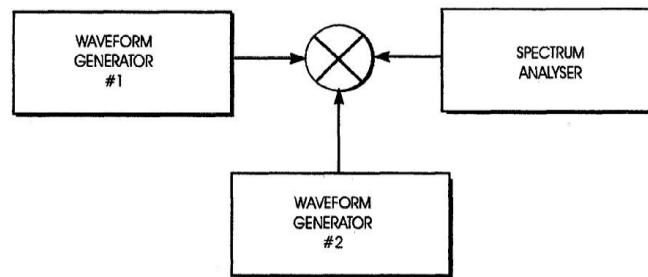


Figura 3.2. Tester per i generatori di forme d’onda.

L’uscita del mixer, filtrata passa-basso, viene posta in ingresso a un analizzatore di spettro. Il segnale in uscita da quest’ultimo è costituito da un solo picco desiderato, che rappresenta la frequenza di battimento tra i due segnali in ingresso, e da rumore di fondo a banda larga. La grandezza di questo rumore fornisce, infine, una misura della purezza spettrale dei generatori di forme d’onda [15].

3.3 Valutazione dei parametri che influenzano la scelta delle frequenze e della forma d’onda più adatte.

I più moderni radar sky-wave includono un “frequency management system” (FMS) e/o un “propagation management and assessment system” (PMAS), che servono a monitorare continuamente e in tempo reale le condizioni della ionosfera, tramite l’utilizzo di sonde oblique e verticali. Inoltre, questi due sistemi forniscono anche misure sull’utilizzo, in quel dato momento, dei canali HF, trovando i canali in cui il radar può operare senza interferire con gli altri utenti.

Questi sottosistemi sono, quindi, in grado di fornire dati sulla distribuzione geografica della sensibilità del radar e sulla stabilità del cammino di propagazione, in funzione della frequenza operativa del radar.

Il primo passo verso un corretto funzionamento del sistema radar è fatto dal FMS, il quale fornisce una “fotografia” in tempo reale dell’ambiente in cui avverrà la propagazione. Se l’obiettivo del radar riguarda una particolare area geografica, allora verranno selezionate le bande di frequenza che offrono un’adeguata sensibilità e attraverso una sonda verrà effettuata una misura della stabilità del percorso. Se invece l’obiettivo è fornire un aggiornamento di una situazione valutata in precedenza, il percorso delle onde radar sarà modificato per escludere le zone in cui nessuna frequenza può essere utilizzata per fornire una illuminazione adeguata. In genere è meglio scegliere una frequenza operativa che minimizzi la distorsione del segnale, evitando, in particolare, che aumenti la banda su cui è distribuito il segnale.

Da tener in considerazione nella scelta della frequenza operativa è anche il particolare scopo che si vuole raggiungere. Supponiamo, ad esempio, di voler usare il radar OTH per intercettare a lunga distanza missili da crociera, piccoli aerei, ovvero bersagli di 5-10 m di grandezza. Nella parte alta della banda HF la loro dimensione o la dimensione di una delle loro parti, essendo confrontabile con la lunghezza d’onda, ricade nella regione di risonanza, e proprio per questo motivo la Radar Cross Section (RCS) del bersaglio può assumere dimensioni maggiori di quelle fisiche del bersaglio stesso. Lavorando invece a frequenze appartenenti alla metà inferiore della banda HF, si va a finire nella cosiddetta regione di Rayleigh. In questo caso le dimensioni dei bersagli considerati sono molto più piccole della lunghezza d’onda e le loro RCS sono inversamente proporzionali alla quarta potenza della lunghezza d’onda e decrescono rapidamente all’aumentare della lunghezza d’onda.

Il passo successivo alla scelta della frequenza operativa è quello di scegliere una forma d’onda adeguata. Le più popolari forme d’onda usate sono le LFM CW (linearly frequency modulated continuous wave). I parametri di queste forme d’onda sono governati da un certo numero di fattori:

- Capacità di adattarsi ai canali liberi;
- La dimensione dei bersagli di interesse;
- La necessità di prevenire il fenomeno dell’aliasing ai più usuali livelli di SCV;
- Capacità di calcolo del sistema e numero di celle in distanza [16].

3.4 Performance del generatore di forme d’onda.

Supponiamo di impiegare dei generatori di forme d’onda, scelti opportunamente in base al test di deramping, visto nel paragrafo 3.2. Supponiamo, inoltre, che il test venga effettuato settando tutti i

parametri sui valori caratteristici del radar sotto esame. Il rapporto tra segnale desiderato e livello di rumore derivante dal generatore stesso avrà un certo valore di W dB. Noi vogliamo che il radar abbia una subclutter visibility (SCV), per esempio, di S dB, quando usato operativamente e cerchiamo a questo scopo una relazione che riesca a esprimere W in funzione di S . Per semplicità supporremo che il processo di deramping produca un livello di rumore uniformemente distribuito sullo spettro. Nella figura 3.3 sono mostrate nel dominio della frequenza le variabili di clutter e il rumore all'uscita del ricevitore per celle di risoluzione successive. Per cui, per la cella j -esima si avrà un livello di clutter pari a C_j e un livello di rumore pari a G_j . Per come è stato definito sopra, il generatore di forme d'onda per ogni cella in distanza produce un livello di rumore che è di W dB inferiore a quello di clutter.

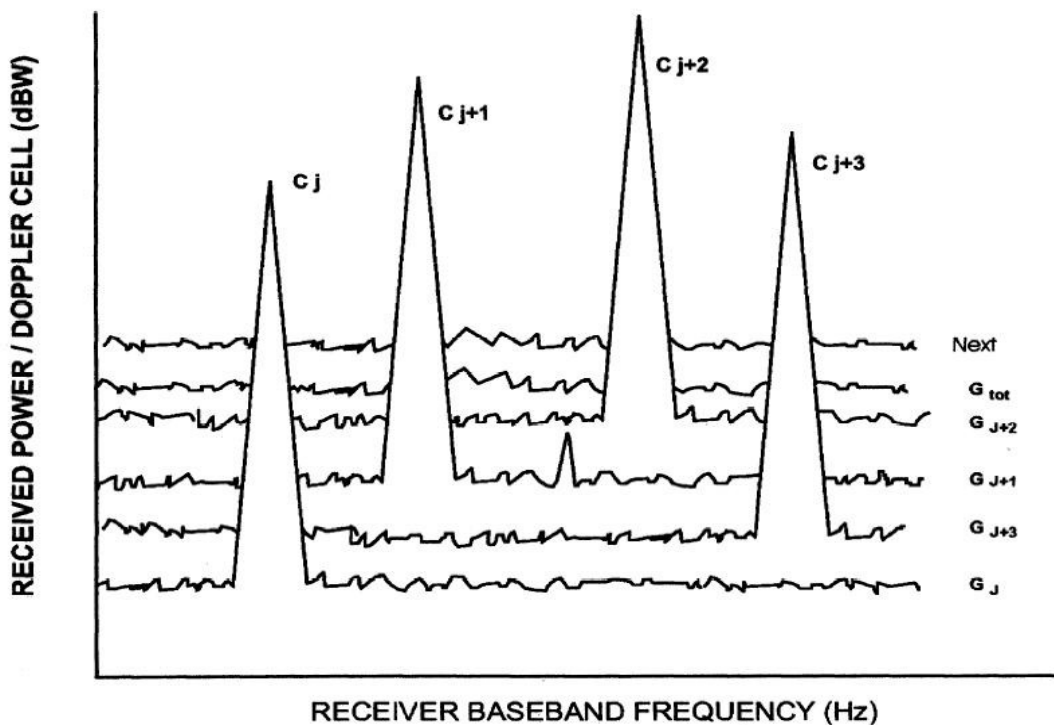


Figura 3.3. Clutter e rumore interno (G) ed esterno (N_{ext}) al generatore di forme d'onda, relativi a celle di risoluzione in distanza adiacenti all'uscita del ricevitore.

Chiamiamo T (misurato in dBW) il clutter totale ricevuto, derivante dall'intera impronta radar a terra e C_{max} [dBW] il clutter che ha origine dalla cella in distanza, che genera il picco di SCV e definiamo il rapporto tra questi due termini come:

$$F = T - C_{max} .$$

Indicando con G_{tot} il rumore totale indotto dal generatore, ottenuto come somma dei contributi di rumore di ogni cella, risulterà:

$$G_{tot} = T - W = C_{max} + F - W .$$

Il livello di rumore indotto dal generatore di forme d'onda è proporzionale al livello di clutter totale e di conseguenza al livello di potenza trasmessa. Incrementando la potenza del trasmettitore per realizzare una maggiore sensibilità del sistema, aumenteranno di conseguenza i rumori interni e quando questa forma di rumore strumentale diventa rilevante, si avranno problemi.

Abbiamo detto in precedenza che una purezza spettrale del generatore di forme d'onda è fondamentale. Per cui, se vogliamo che il rumore totale indotto dal generatore di forme d'onda sia Q dB inferiore rispetto al rumore dovuto a cause esterne, N_{ext} , in modo da ritenere il sistema radar limitato solo da rumori dovuti a cause esterne, possiamo scrivere:

$$G_{tot} = N_{ext} - Q .$$

Andando a sostituire questo valore nell'equazione precedente avremo:

$$W = C_{max} - N_{ext} + F + Q ,$$

e poiché abbiamo definito prima

$$S = C_{max} - N_{ext} ,$$

infine possiamo scrivere

$$W = S + F + Q .$$

Il grado di purezza spettrale, richiesto al generatore di forme d'onda, può, quindi, essere espresso in termini di variabili ottenibili da un database di fattori ambientali. In particolare l'espressione precedente dà rilievo alla natura esplicita di F nel rafforzare i requisiti del generatore di forme d'onda oltre che a mantenere soltanto massima la SCV [15].

3.5 Eliminazione dell'ambiguità nei sistemi radar HF FMCW.

La tecnica usata convenzionalmente nei radar HF FMCW, come detto in precedenza, consiste nel trasmettere un segnale modulato in frequenza che presenta una variazione lineare della frequenza su una banda di B Hz in un tempo di T secondi. Il periodo di ripetizione della forma d'onda T limita lo sfasamento Doppler non ambiguo a $\pm 1/(2T)$ Hz. A differenza dei sistemi radar a impulsi, con la FMCW, una frequenza Doppler ambigua non rimane dentro la stessa cella di risoluzione in distanza, ma slitta in una cella adiacente. Questo fenomeno è noto come "range/Doppler ambiguity" di questa forma d'onda. Il raggio di variazione della Frequenza Doppler può essere esteso riducendo

il periodo di ripetizione della forma d'onda. Questo riduce, però, le potenzialità del radar in distanza e di conseguenza crea una ambiguità in distanza. Viceversa, impiegando forme d'onda di durata adeguata a rivelare gli echi più lontani, risolve il problema dell'ambiguità in distanza ma introduce ambiguità Doppler nel caso di bersagli molto veloci.

Per risolvere questo problema dei radar FMCW sono state proposte diverse soluzioni.

Tra le altre spiccano la "linear frequency modulation ranging", l'uso di modulazioni triangolari e la struttura a tre celle proposta da Pool.

La prima di queste consiste nell'effettuare due tipi di trasmissione, una FMCW e una CW. La trasmissione FMCW, che prevede l'utilizzo di forme d'onda che tendano a eliminare l'ambiguità in distanza, è seguita da una trasmissione CW che produce una misura indipendente dello spostamento Doppler. Misurando la differenza istantanea tra la frequenza degli echi ricevuti e la frequenza del trasmettitore, si ottiene una somma algebrica del Doppler e della distanza relativi al bersaglio. La distanza di quest'ultimo è successivamente determinata dalla differenza di frequenza tra la sezione modulata e la sezione CW. Questa tecnica è utile per rivelare bersagli discreti. Per bersagli spazialmente distribuiti, come ad esempio, gli echi delle onde marine, è difficile identificare i bersagli a cui corrisponde la frequenza Doppler misurata durante la trasmissione CW.

La modulazione triangolare consiste di due modulazioni di frequenza lineari, una con pendenza positiva e l'altra con pendenza negativa. In questo caso la differenza tra il segnale trasmesso e il segnale ricevuto consiste nella somma algebrica e nella differenza delle frequenze Doppler e della frequenza di battimento del bersaglio. Successivamente, la distanza del bersaglio e la frequenza Doppler possono essere determinate effettuando una somma e una differenza delle frequenze stimate durante le spazzate verso l'alto e verso il basso, rispettivamente. Comunque anche questa tecnica soffre degli stessi svantaggi della linear frequency modulation ranging in relazione ai bersagli spazialmente distribuiti.

Infine la struttura a tre celle proposta da Pool trasmette tre spazzate, ognuna delle quali corrisponde a una cella. Le prime due hanno identiche frequenze di inizio e di fine, mentre la terza è sfasata rispetto alle prime due di Δf_t , il cui valore è scelto per coprire la più alta frequenza Doppler prevista. Con questa tecnica la frequenza Doppler e la distanza sono determinate dal cambiamento di fase tra le tre celle. L'errore che si commette nella valutazione della frequenza Doppler è legato alla precisione con cui si misura la variazione di fase, che dipende a sua volta dal rapporto segnale rumore. Perciò elevate potenze di trasmissione sono richieste per un corretto funzionamento di questo sistema.

Un'altra soluzione per risolvere il problema dell'ambiguità range/Doppler dovuta all'uso di una normale FMCW è quella di trasmettere, durante l'arco di una singola illuminazione radar, tre

blocchi modulati da una FMCW regolare, ma con WRF (Waveform Repetition Frequency) differenti, come mostrato in figura 3.4. Le durate di ogni singola WRF e il numero di spazzate durante ogni singola WRF sono scelti in modo da risolvere la ambiguità in distanza e ottenere la necessaria risoluzione Doppler, rispettivamente. Gli spostamenti Doppler dei bersagli sono stimati in sequenza durante ogni blocco. Poiché le WRF delle tre forme d'onda sono diverse, l'aliasing potrebbe far sì che gli spostamenti Doppler stimati siano diversi durante ogni WRF.

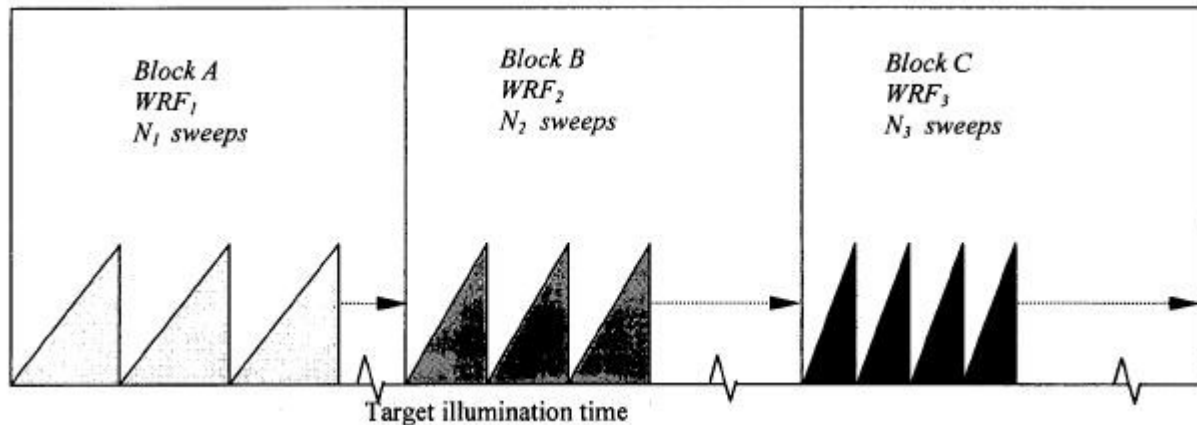


Figura 3.4. WRF multipla per un radar HF FMCW.

Lo spostamento Doppler vero può essere calcolato usando il teorema “Chinese remainder”, dove la massima distanza Doppler è limitata dal minimo comune divisore tra le WRF scelte. Per eliminare ogni ambiguità Doppler viene scelta una combinazione di WRF tale che la frequenza minimo comune divisore tra le tre WRF sia più grande della massima frequenza Doppler possibile per un eventuale target. Questo garantisce che lo spostamento stimato durante ogni WRF sia unico. Grazie a questa tecnica è possibile incrementare la copertura Doppler incrementando il numero di forme d'onda utilizzate.

Il segnale ricevuto è poi elaborato in due passi successivi. Il primo è elaborare il segnale proveniente da ogni blocco tramite FFT bidimensionale, come avviene per un radar FMCW tradizionale. Questo produce tre stime della distanza e del Doppler, una per ogni blocco.

Il secondo passo consiste nel mappare queste tre stime in uno spazio range/Doppler; ma questo procedimento deve tener conto di alcuni punti:

- Il movimento del bersaglio durante il tempo necessario per ogni blocco;
- Per bersagli ambigui lo spostamento Doppler è differente durante i tre blocchi e questo è anche vero se c'è ambiguità per due soli blocchi;

- Ambiguità in distanza: poiché ogni WRF ha intervalli in distanza non ambigui, diversi dall'altro, può capitare che bersagli non ambigui per una WRF possano esserlo per un'altra WRF [17].

3.5.1 Movimento del bersaglio.

Le variazioni di distanza dovute al movimento del bersaglio lungo la durata di ogni blocco possono essere calcolati nel modo seguente. La distanza percorsa dal bersaglio durante il primo blocco sarà:

$$R_1 = v_1 T_w = \frac{c \cdot f_d}{2 f_0} T_w,$$

dove v_1 è la velocità radiale, misurata in m/s, del bersaglio durante la WRF₁, T_w è la durata di ogni blocco, misurata in secondi, e f_0 è la frequenza del radar in Hz.

La misura della distanza durante il secondo blocco include sia il contributo dovuto allo spostamento Doppler sia la distanza totale percorsa durante il primo blocco:

$$R_m = R \pm R_d + R_1.$$

Analogamente la distanza R_m misurata per il terzo blocco sarà:

$$R_m = R \pm R_d + R_1 + R_2$$

Dove R_2 è la distanza totale percorsa durante il secondo blocco [17].

3.5.2 Stima dello spostamento Doppler.

Un radar con una fissata WRF è capace di risolvere frequenze Doppler comprese in un intervallo di $\pm WRF_i/2$, dove WRF_i è la frequenza di ripetizione della forma d'onda. Un radar con tre WRF impiega forme d'onda con frequenze di ripetizione uguali a WRF_1 , WRF_2 e WRF_3 , in cui vale la relazione $WRF_3 > WRF_2 > WRF_1$. In una formulazione generale lo spostamento Doppler del bersaglio può essere scritto in funzione dei parametri delle WRF come segue:

$$f_d = n_1 WRF_1 + x_1 = n_2 WRF_2 + x_2 = n_3 WRF_3 + x_3,$$

dove n_1 , n_2 e n_3 possono essere sia positivi che negativi a seconda dello spostamento Doppler. La figura 3.5 mostra che per un bersaglio con uno spostamento Doppler positivo f_d più alto di $WRF_i/2$ e minore di WRF_i , lo spostamento Doppler misurato è $f_d - WRF_i$, che è un valore

negativo, e in questo caso $n_i = 1$. x_1 , x_2 e x_3 sono spostamenti Doppler misurati per n_1 , n_2 e n_3 uguali a 1, ovvero compresi nell'intervallo $-WRF_i/2 \leq x_i \leq WRF_i/2$ per $i=1,2,3$.

Risolvendo l'equazione precedente per n_3 , si ottiene

$$n_3 = \frac{n_2 WRF_2 + x_2 - x_3}{WRF_3} \quad (1a)$$

e

$$n_3 = \frac{n_1 WRF_1 + x_1 - x_3}{WRF_3} \quad (1b)$$

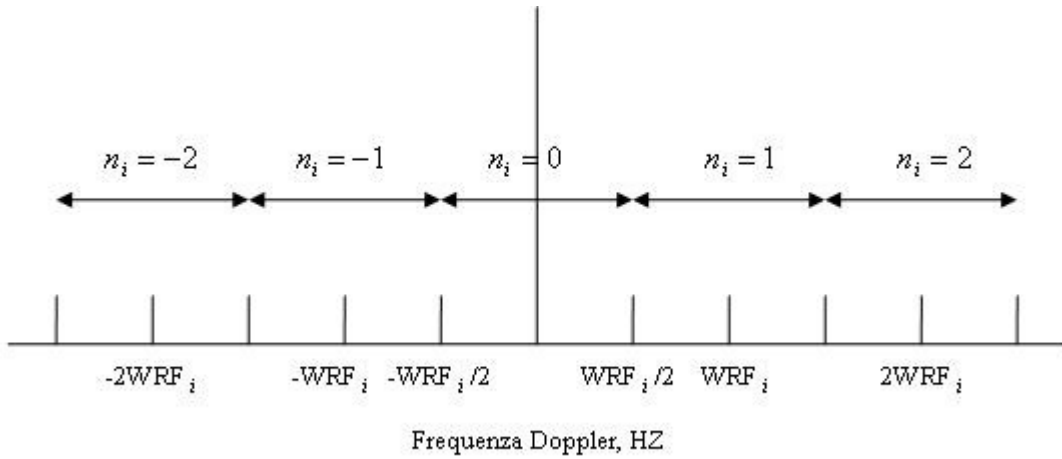


Figura 3.5. Misura dell'ambiguità Doppler.

Poiché la seconda frequenza è più piccola della terza, possiamo calcolare un valore incrementale $\Delta n_{3,2}$ per il quale risulta $n_2 = n_3 + 1$. Questo valore può essere ottenuto ponendo $x_2 = x_3$ e $n_2 = n_3 + 1$ nella prima delle due equazioni precedenti. Analogamente, ponendo $x_1 = x_3$ e $n_1 = n_3 + 1$ nella seconda equazione, si può calcolare $\Delta n_{3,1}$. Il valore di n_3 , così ottenuto, corrisponde al valore incrementale che vogliamo trovare:

$$\Delta n_{3,2} = \frac{WRF_2}{WRF_3 - WRF_2} \quad (2a)$$

e

$$\Delta n_{3,1} = \frac{WRF_1}{WRF_3 - WRF_1} \quad (2b)$$

Il valore di $\Delta n_{3,2}$ rappresenta il valore minimo della multipla WRF_3 , in cui $n_2 = n_3$ e analogamente $\Delta n_{3,1}$ rappresenta il valore minimo della multipla WRF_3 , in cui $n_1 = n_3$. Ad esempio se abbiamo tre WRF uguali rispettivamente a 5, 6, 7 Hz, avremo che $\Delta n_{3,2} = 6$ e $\Delta n_{3,1} = 2.5$. Le figure seguenti mostrano il minimo valore multiplo per ogni WRF, dove $n_1 = n_3$ o $n_2 = n_3$.

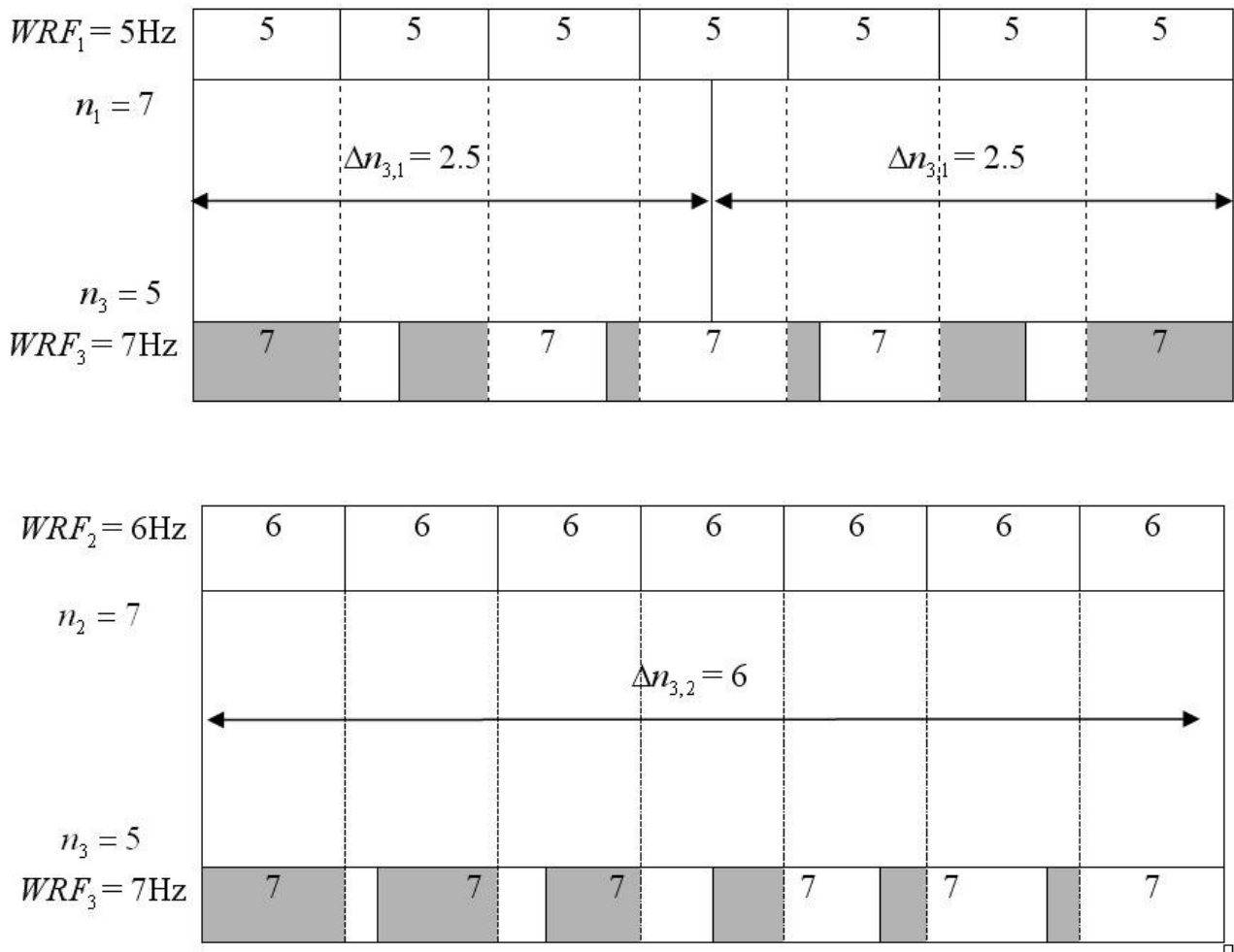


Figura 3.6. Calcolo dello spostamento Doppler per WRF di 5, 6 e 7 Hz.

Nella regione in cui $n_1 = n_3$ e $n_2 = n_3$ le equazioni 1a e 1b possono essere scritte come segue:

$$n_3 = \frac{x_2 - x_3}{WRF_3 - WRF_2} \quad (3a)$$

e

$$\bar{n}_3 = \frac{x_1 - x_3}{WRF_3 - WRF_1}, \quad (3b)$$

dove \bar{n}_3 rappresenta un'altra stima di n_3 usando le WRF_1 e WRF_3 . Nel caso di Doppler non ambiguo le due stime coincidono. Le equazioni 2a, 2b, 3a, 3b sono sufficienti per il calcolo dello spostamento Doppler in un sistema a tre WRF. Date le tre WRF, il valore incrementale può essere calcolato tramite le 2a e 2b. Dalle misurazioni otteniamo i valori di x_1 , x_2 e x_3 . Usandoli nelle equazioni 3a e 3b, possiamo trovare i valori di n_3 . Di solito, come detto prima, i valori di n_3 e di \bar{n}_3 non sono uguali. Poiché, allo spostamento Doppler vero, questi due valori devono coincidere, allora si incrementa o decrementa, a seconda dei casi il valore di n_3 di $\Delta n_{3,2}$ e il valore di \bar{n}_3 di $\Delta n_{3,1}$, fino a che i valori non diventano uguali.

Ad esempio, per un bersaglio con ambiguo spostamento Doppler con $x_{1,2,3} = 2, -2, 3$ Hz, usando le equazioni 3a e 3b, si hanno valori iniziali di $n_3 = -5$ e $\bar{n}_3 = -0.5$ per WRF di 5, 6, 7 Hz. Addizionando o sottraendo multipli di $\Delta n_{3,2}$ al corrente valore di n_3 e multipli di $\Delta n_{3,1}$ al valore attuale di \bar{n}_3 , si otterrà l'uguaglianza $n_3 = \bar{n}_3 = 7$ e quindi una frequenza Doppler vera per questo bersaglio di 52 Hz [17].